

- ✓ Le référentiel $\mathcal{R}$ est en translation dans $\mathcal{R}_g$, l'accélération d'entraînement sera donc $\vec{a}_e = \vec{a}(O_1, \mathcal{R}_g) = +\omega^2.z_0.\cos\omega t.\vec{e}_z$

✓ Dans le référentiel $\mathcal{R}$ on définit les grandeurs cinématiques pour le point M : $\overrightarrow{O_1M} = Z.\vec{e}_z$ $\vec{v}_r = \dot{Z}.\vec{e}_z$ $\vec{a}_r = \ddot{Z}.\vec{e}_z$

✓ On applique le PFD dans $\mathcal{R}$ non galiléen :

$m.\vec{a}(M, \mathcal{R}) = -m.g.e_z + R.\vec{e}_z - m.\vec{a}_e$, ce qui donne

$m.\ddot{Z} + mg - R = -m.\omega^2.z_0.\cos\omega t$

✓ Si le contact existe à chaque instant, alors $z = 0 \forall t$, ce qui sera vérifié tant que $R > 0$. Ce qui donne comme condition

$\omega < \sqrt{\frac{g}{z_0}}$, soit $a_1 = m.g$

Dans le cas contraire, il y aura décollage
- Tant qu'il y a contact, $0 + mg - R = -m.\omega^2.z_0.\cos\omega t$. 0 l'instant t_1 de la rupture du contact, $0 + mg - 0 = -m.\omega^2.z_0.\cos\omega t_1$

soit $\cos\omega t_1 = -\frac{g}{\omega^2.z_0}$

Ce qui donne $z_D = z_0.(1 - \cos\omega t_1) = z_0.\left(1 + \frac{g}{\omega^2.z_0}\right) = z_0 + \frac{g}{\omega^2}$
- On peut effectuer un bilan énergétique dans le référentiel galiléen $\mathcal{R}_g$:

✓ La vitesse pour $z = z_D$ est égale à la vitesse du sol : $v_D = +z_0.\omega.\sin\omega t_1$

✓ Par conservation de l'énergie mécanique, le point atteint l'altitude maximale avec une vitesse nulle donc :

$m.g.z_m = m.g.z_D + \frac{1}{2}m.v_D^2 = m.g.\left(z_0 + \frac{g}{\omega^2}\right) + \frac{1}{2}.m.\omega^2.\sin^2\omega t_D = m.g.\left(z_0 + \frac{g}{\omega^2}\right) + \frac{1}{2}.m.\omega^2.(1 - \cos^2\omega t_D)$ $m.g.z_m =$

$m.g.\left(z_0 + \frac{g}{\omega^2}\right) + \frac{1}{2}.m.\omega^2.v_0^2.\left(1 - \frac{g^2}{\omega^4.z_0^2}\right) = z_0.\left(1 + \frac{z_0.\omega^2}{2.g}\right) + \frac{g}{2.\omega^2}$