

1. ✓ En négligeant les effets de bord, si H est le projeté orthogonal de M sur une plaque, tout plan contenant HM est plan de symétrie. On a donc $\vec{E} = E(M) \cdot \vec{e}_x$, ce qui amène directement à $V(M) = V(x)$

✓ Les invariances par translation selon Oy et Oz amènent à $E(M) = E(x) \cdot \vec{e}_x$

2. $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = 0$ donc ici $\text{div } \vec{j} = 0$. Or $\vec{j}$ est colinéaire à la trajectoire des électrons, donc à Ox , ce qui donne $\frac{\partial j}{\partial x} = 0$.

D'après les invariance, $j(M) = j(x)$ donc $\frac{dj(x)}{dx} = 0$, soit $j = C^{te} = j_0 = \frac{I}{S}$.

3. Par un bilan énergétique pour l'électron : $\frac{1}{2}m \cdot v^2 - e \cdot V(x) = 0$

4. $\vec{j}(M) = \rho \cdot \vec{v}$, soit $\rho(x) = j_0 \cdot \sqrt{\frac{m}{2 \cdot e \cdot V(x)}}$.

5. $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V(M)$ et $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ donc $\text{div } (\overrightarrow{\text{grad}}V(M)) = -\Delta V = \frac{\rho}{\epsilon_0}$.

Ce qui donne $\frac{d^2V(x)}{dx^2} + \frac{j_0}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2 \cdot e \cdot V(x)}} = 0$

6. On obtient alors $\alpha = \frac{4}{3}$ et $A = \left(\frac{9}{4} \cdot \frac{j_0}{\epsilon_0} \cdot \sqrt{\frac{m}{2 \cdot e}} \right)^{\frac{2}{3}}$

7. en $x = a$, $V(x) = U$ donc $I = \frac{4 \cdot S \cdot \epsilon_0}{9 \cdot a^2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e}{m}} \cdot U^{\frac{3}{2}}$

8. $\mathcal{P} = \iiint_V \vec{j} \cdot \vec{E} \cdot d\tau = I \cdot U !$