Programme de colle : semaine 4 (du 17 au 19 octobre 2016... et les 3 et 4 novembre 2016)

CALCUL DE PRIMITIVES

1. **Primitive(s) d'une fonction** : définition, description de l'ensemble des primitives d'une fonction sur un intervalle, à partir de l'une d'entre elles ; primitives « usuelles »...
2. **Lien entre intégrale et primitives d'une fonction continue** : brefs rappels sur la notion d'intégrale ; théorème fondamental du calcul intégral : étant donnés une fonction f continue sur l'intervalle I, et un réel $a \in I$, la fonction $x \mapsto \displaystyle\int_a^x f(t)\,dt$ est une primitive de f sur I (et c'est la seule qui s'annule en a).
3. **Quelques techniques de calcul intégral** : intégration par parties et changement de variable.

Bref aperçu de l'analyse des fonctions d'une variable réelle à valeurs complexes

- ▷ Définition de la continuité et de la dérivabilité d'une fonction définie sur I à valeurs complexes à l'aide de sa partie réelle et de sa partie imaginaire ; dérivée d'une fonction dérivable.
- ▷ Dérivabilité et dérivation d'une somme, d'un produit, d'un quotient de fonctions dérivables...
- ▷ Une fonction dérivable est constante sur l'intervalle I si et seulement si sa dérivée y est identiquement nulle.
- ▷ Dérivabilité et dérivation de $x \mapsto \mathrm{e}^{ax}$, où $a \in \mathbb{C}$, et, plus globalement, des fonctions de la forme $x \mapsto \mathrm{e}^{\varphi(x)}$, où φ est une fonction définie sur I, à valeurs complexes, et dérivable.
- ▷ Primitive(s) d'une fonction définie sur I à valeurs complexes.
- ▷ Application à la détermination de primitives de $\left[\begin{array}{l} x \mapsto \mathrm{e}^{ax}\cos(bx) \\ x \mapsto \mathrm{e}^{ax}\sin(bx) \end{array}\right.$, où $(a,b) \in \mathbb{R}^2$.

DÉBUT DU COURS SUR LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES

RÉSOLUTION DANS LE CAS DU PREMIER ORDRE

1. Equation différentielle linéaire du premier ordre, équation homogène associée.
2. Structure de l'ensemble des solutions : la solution générale d'une équation différentielle linéaire du premier ordre est la somme d'une solution particulière de cette équation et de la solution générale de l'équation homogène associée.
3. Résolution d'une équation différentielle linéaire du premier ordre :
   i. résolution de l'équation homogène associée ;
   ii. détermination d'une solution particulière.
   ↪ *utilisation éventuelle de la méthode de variation de la constante et/ou du principe de superposition*
4. Existence et unicité de la solution à un problème de Cauchy linéaire du premier ordre.

Toutes les définitions et tous les énoncés des propositions doivent être sus, et feront éventuellement l'objet d'une question de cours. Les élèves seront également interrogés sur la démonstration de l'un des résultats suivants (choisi par l'interrogateur) :

- Etant donnée une fonction $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ et une primitive F de f sur I, l'ensemble des primitives de f sur I est l'ensemble des fonctions de la forme $F + \lambda$, où $\lambda \in \mathbb{R}$.
- Théorèmes d'intégration par parties et de changement de variable.
- Dérivabilité et dérivation de $x \mapsto \mathrm{e}^{ax}$, où $a \in \mathbb{C}$.
- Détermination de primitives de $\left[\begin{array}{l} x \mapsto \mathrm{e}^{ax}\cos(bx) \\ x \mapsto \mathrm{e}^{ax}\sin(bx) \end{array}\right.$, où $(a,b) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$, à l'aide de $x \mapsto \mathrm{e}^{(a+ib)x}$.
- Structure de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire du premier ordre.
- Ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire homogène du premier ordre.