Proposition de correction physique E3A 2014 PC

A1. Phénomène de conduction thermique : mode de transfert thermique nécessitant un support matériel et se réalisant sans déplacement global de matière.
Application pratique : Banc Kofler, ailette de refroidissement...
Loi de Fourier :

$$\boxed{\vec{j} = -\lambda \overrightarrow{grad}(T)},$$

avec $\vec{j}$ densité de courant de chaleur, λ conductivité thermique du matériau et T champ de température.
A2. Phénomène de convection thermique : mode de transfert thermique nécessitant un support matériel et se réalisant avec déplacement global de matière.
Convection naturelle : quand le fluide se met spontanément en mouvement. Exemple : dans de l'eau chauffée dans une casserole, un gradient de densité apparaît qui induit un déplacement de fluide spontané.
Convection forcée : quand le fluide est mis en mouvement par une circulation artificielle. Exemple : système sanguin, c'est le coeur qui impose le mouvement du sang.
A3. Baisse de pression le long d'un écoulement de Poiseuille.
B1. Comme le gradient est composé de dérivées simples par rapport aux coordonnées cartésiennes, l'ordre de grandeur de $\overrightarrow{grad}(g)$ est G/L avec G la valeur caractéristique de g. Donc l'ordre de grandeur de $\rho(\vec{v}\cdot\overrightarrow{grad})\vec{v}$ est $\boxed{\rho V^2/L}$.
B2. Comme le laplacien vectoriel est composé de dérivées secondes par rapport aux cordonnées cartésiennes, l'ordre de grandeur de Δg est G/L^2. Donc l'ordre de grandeur de $\eta\vec{\Delta}\vec{v}$ est $\boxed{\eta V/L^2}$.
B3. On en déduit : $\boxed{Re = \frac{\rho V L}{\eta}}$.
B4. Si $Re \ll 1$ l'écoulement est laminaire, si $Re \gg 1$ le terme convectif est prédominant, des effets non linéaires apparaissent, on dit usuellement que si $Re > 2000$ l'écoulement est turbulent.
B5. On a $d\mathscr{P}_e = \int_{\text{Section S en x}} \vec{j}(x,t)\cdot d\vec{S}$ avec $\vec{j}$ densité de courant de chaleur et $d\vec{S}$ selon $+\vec{e}_x$ car on s'intéresse à la puissance entrante. D'où $d\mathscr{P}_e = j(x)S = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x}(x,t)S$. De même $d\mathscr{P}_s = \int_{\text{Section S en x+dx}} \vec{j}(x+dx,t)\cdot d\vec{S} = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x}(x+dx,t)S$.
Finalement :

$$\boxed{d\mathscr{P}_1 = d\mathscr{P}_e - d\mathscr{P}_s = \lambda\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x,t)Sdx},$$

au premier ordre en dx.
B6. Le volume de liquide qui va traverser la section S située à l'abscisse x pendant le temps dt est compris entre les abscisses $x - vdt$ et x. Ce volume vaut donc $vdtS$ et il a une masse $dm = \rho v S dt$.
Notons $h(x,t)$ l'enthalpie massique. L'enthalpie entrante pendant dt dans le volume Sdx à l'abscisse x vaut donc : $dmh(x,t)$ et l'enthalpie sortante à l'abscisse $x+dx$ vaut $dmh(x+dx,t)$. La masse est la même par conservation du débit en stationnaire.
Le bilan d'enthalpie en dt donne donc $dH = dm(h(x+dx,t) - h(x,t)) = \rho v S dt\frac{\partial h}{\partial x}dx$ au premier ordre en dx. D'après la seconde loi de Joule, $dh = cdT$ d'où $\frac{\partial h}{\partial x} = c\frac{\partial T}{\partial x}$. De plus $dH = d\mathscr{P}_2/dt$, donc finalement :

$$\boxed{d\mathscr{P}_2 = \rho v S c\frac{\partial T}{\partial x}dx}.$$

B7. L'ordre de grandeur de $d\mathscr{P}_1$ est $\lambda T S dx/L^2$ et celui de $d\mathscr{P}_2$ est $\rho v S c T dx/L$. Donc l'ordre de grandeur de $|\frac{d\mathscr{P}_2}{d\mathscr{P}_1}|$ est $\boxed{\frac{\rho c v L}{\lambda}}$.

B8. Le nombre de Péclet permet de comparer l'importance relative des phénomènes de convection et de conduction. Si $Pe \ll 1$ la convection est négligeable devant la conduction, inversement si $Pe \gg 1$.

C1. Comme $\Phi = h(T_S - T_{FL})\Sigma$ on a h en W.m^{-2}.K^{-1}. Pe et Re sont sans dimension par construction, donc il suffit de vérifier que h est homogène à λ/L pour que la formule soit homogène quels que soient p et q. Or λ est en W.m^{-1}.K^{-1} donc l'homogénéité est bien vérifiée.

C2. En remplaçant les formules trouvées pour Re et Pe dans la partie B, on obtient les dépendances en v et en λ de h : $h \propto v^{p+q}\lambda^{-p}$. On trouve donc par identification $\boxed{p = -\frac{2}{3}}$ et $\boxed{q = \frac{7}{6}}$.

C3. Il n'y a pas de convection dans le solide, on se limite donc à la conduction. On sait que la température est solution de l'équation de la chaleur $\frac{\partial T}{\partial t} = D_{th}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$. En régime permanent :

$$\boxed{\frac{d^2T}{dx^2} = 0}.$$

Il y a continuité du flux à l'interface $x = E$: $\Phi_{conduction}(x = E^-) = \Phi_{conducto-convectif}(x = E^+)$ donc :

$$\boxed{-\lambda_S \frac{dT}{dx}(x = E^-)\Sigma = h(T_S - T_{FL})\Sigma}.$$

C4. Le flux de chaleur Φ est analogue à l'intensité électrique I et la différence de température ΔT est analogue à la différence de tension ΔU. $R_{elec} = \Delta U/I$ donc par analogie $\boxed{R_{ther} = \Delta T/\Phi}$.
On résout l'équation de la chaleur dans le solide et on trouve $T(x) = T_0 + \frac{x}{E}(T_S - T_0)$. Donc dans le solide $\vec{j} = -\frac{\lambda_S}{E}(T_S - T_0)\vec{e}_x$ et $\Phi_{conduction} = \int_\Sigma \vec{j}\cdot d\vec{S} = -\frac{\lambda_S \Sigma}{E}(T_S - T_0)$. Finalement :

$$\boxed{R_\lambda = \frac{T_0 - T_S}{\Phi} = \frac{E}{\lambda_S \Sigma}}.$$

Dans la définition de R_h, c'est le même flux qui apparaît au dénominateur (continuité du flux) mais la différence de température au numérateur est maintenant $T_S - T_{FL}$, donc

$$\boxed{R_h = \frac{T_S - T_{FL}}{\Phi} = \frac{T_S - T_{FL}}{T_0 - T_S}\frac{E}{\lambda_S \Sigma}}.$$

Les deux résistances sont en série donc $R_T = R_\lambda + R_h$ or par définition $R_T = \frac{T_0 - T_{FL}}{\Phi}$ soit

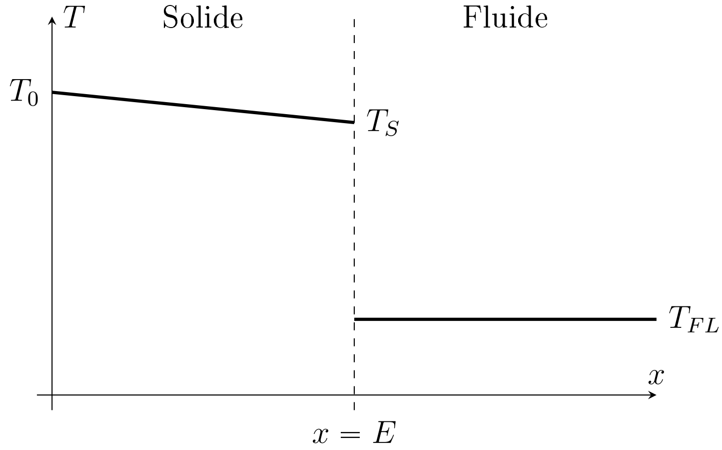
$$\boxed{\Phi = \frac{T_0 - T_{FL}}{R_T}}.$$

C5. On constate que $R_h = \frac{1}{Bi}R_\lambda$, donc $\boxed{Bi = \frac{R_\lambda}{R_h}}$.
En utilisant la continuité du flux de la question C3. sachant que $\frac{dT}{dx}(x = E^-) = \frac{T_S - T_0}{E}$, on obtient : $\lambda_S \frac{T_0 - T_S}{E} = h(T_S - T_{FL})$ donc $\boxed{Bi = \frac{hE}{\lambda_S}}$.

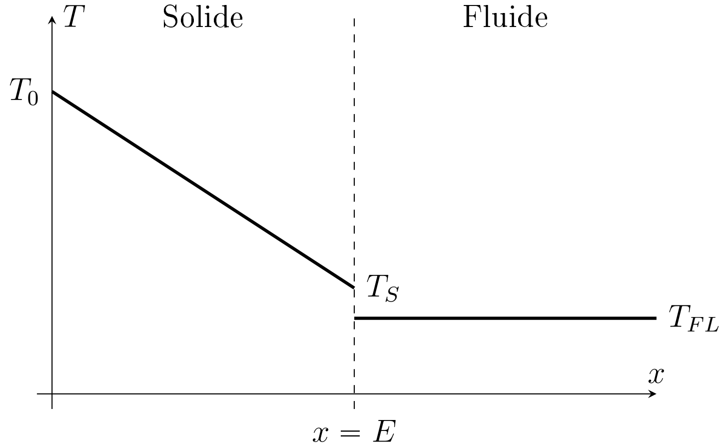
C6. On sait que $\frac{dT}{dx} = \frac{T_S - T_0}{E}$ dans le solide, or on obtient rapidement que $\frac{Bi}{1+Bi} = \frac{T_0 - T_S}{T_0 - T_{FL}}$, donc

$$\boxed{\frac{dT}{dx} = \frac{T_S - T_0}{E} = -\frac{Bi}{E}\frac{T_0 - T_{FL}}{1 + Bi}}.$$

C7. Pour $Bi \ll 1$:



Pour $Bi \gg 1$:



<u>**C8.**</u> On constate donc que

$$Bi = \frac{\text{importance du transfert conductif dans le solide}}{\text{importance du transfert conducto} - \text{convectif}}.$$

<u>**D1.**</u> Comme la température ne dépend que de r, la loi de Fourier donne $\vec{j} = -\lambda \overrightarrow{grad}(T(r)) = -\lambda \frac{dT}{dr}\vec{e_r}$ donc $\boxed{\vec{j} \text{ selon } \vec{e_r}}$.
En régime permanent, le flux $\Phi(r)$ à travers la surface latérale du cylindre centré de rayon r doit être indépendant de r. En effet sinon il existerait $r \neq r'$ tels que $\Phi(r) \neq \Phi(r')$, cela signifierait qu'entre les rayons r et r' il y aurait accumulation ou perte d'énergie, ce qui est incohérent avec l'hypothèse du régime permanent. Or $\Phi(r) = \int_{\text{Surface laterale cylindre rayon r}} \vec{j} \cdot \vec{dS}$, $\vec{dS}$ selon $\vec{e_r}$ soit $\Phi(r) = j(r)2\pi r L$. Ainsi Φ indépendant de r si $\boxed{j(r) = \frac{K}{r}}$.
<u>**D2.**</u> On a donc $\frac{dT}{dr} = -\frac{K}{\lambda r}$ à résoudre donc $T(r) = A\ln(r) + B$ avec les conditions aux limites $T(r = R_{INT}) = T_{INT}$ et $T(r = R_{EXT}) = T_{EXT}$.
La résolution donne :

$$\boxed{T(r) = \frac{T_{EXT} - T_{INT}}{\ln(\frac{R_{EXT}}{R_{INT}})} \ln(\frac{r}{R_{INT}}) + T_{INT}}.$$

<u>**D3.**</u> Du résultat précédent on déduit :

$$j(r) = -\lambda \frac{T_{EXT} - T_{INT}}{\ln(\frac{R_{EXT}}{R_{INT}})} \frac{1}{r},$$

et $\Phi(r) = j(r)2\pi r L$ donc :

$$\boxed{\Phi = \lambda 2\pi L \frac{T_{INT} - T_{exT}}{\ln(\frac{R_{EXT}}{R_{INT}})}}.$$

D4. Au zénith, l'avion, supposé cylindrique, a une ombre rectangulaire de longueur L et de largeur $2R_{EXT}$. La surface de cette ombre qui vaut $2R_{EXT}L$ correspond à la surface orthogonale aux rayons solaires. Ainsi $\boxed{\mathscr{P}_{solaire} = 2R_{EXT}L\varepsilon\phi_S}$.
D5. Chaque élément de surface dS du fuselage émet une puissance $\sigma T_{EXT}^4 dS$ et reçoit une puissance $\sigma T_{MA}^4 dS$, en intégrant sur la surface on obtient comme bilan : $\sigma(T_{MA}^4 - T_{EXT}^4)2\pi R_{EXT}L$. Pour $\mathscr{P}_R$ il faut ajouter $\mathscr{P}_{solaire}$, donc :

$$\boxed{\mathscr{P}_R = \sigma(T_{MA}^4 - T_{EXT}^4)2\pi R_{EXT}L + 2R_{EXT}L\varepsilon\phi_S}.$$

D6. En régime permanent, la puissance totale reçue par la face extérieure du fuselage doit être nulle donc $\mathscr{P}_R + \mathscr{P}_{conducto-convectif} + \mathscr{P}_{conduction} = 0$ d'où :

$$\boxed{\mathscr{P}_R + \Phi - h(T_{EXT} - T_A)2\pi R_{EXT}L = 0}.$$

D7. On obtient $\boxed{\Phi = 1,2.10^4\text{W}}$ et $\boxed{\mathscr{P}_{cc} = -6,1.10^5\text{W}}$.
D8. On constate que les termes radiatifs et conducto-convectifs sont du même ordre alors que le terme de conduction est à peu près 60 fois plus faible.
D9. On trouve $Bi = 4.2$. D'après la question C8, comme le terme de conduction est faible par rapport au terme conducto-convectif, on devrait avoir un nombre de Biot faible, ce qui n'est pas le cas. C'est le terme radiatif, pas pris en compte dans la partie C, qui est à l'origine de ce paradoxe.
E1. Les 250 passagers dégagent une puissance thermique de $250 \times 70 = 18$kW alors que 10kW part par la conduction dans le fuselage. En totalité l'air contenu dans la cabine reçoit $\boxed{8\text{kW}}$.
E2. Il est donc nécessaire de refroidir la cabine pour la maintenir à température constante.
E3. Peut-être faut-il dire que la contrainte thermique n'est pas primordiale et que ce sont, avant tout, des considérations mécaniques qui déterminent le choix du matériau ?
F1. Problème d'énoncé : si p_{th} est la puissance thermique massique, alors c'est en W.kg^{-1}. Or $D_m(h_S - h_E)$ est en kg.s^{-1}.J.kg^{-1} = W donc la formule proposée est inhomogène. Pour que cela marche il faut que p_{th} soit la puissance thermique **non massique** reçue par le fluide traversant la machine. Idem pour p_{mec}.
Le système $\mathscr{S}$ composé par le fluide situé entre l'entrée et la sortie de la machine est un système ouvert. Soit $\mathscr{S}^*$ le système fermé associé à $\mathscr{S}$. Au temps t, $\mathscr{S}^*$ est composé du système $\mathscr{S}$ plus le volume de fluide qui entrera dans $\mathscr{S}$ entre les temps t et $t+dt$, au temps $t+dt$, $\mathscr{S}^*$ est composé du système $\mathscr{S}$ plus le volume de fluide qui est sorti de $\mathscr{S}$ entre les temps t et $t+dt$. On en déduit : $E_{\mathscr{S}^*}(t) = E_{\mathscr{S}} + \delta m_E e_E$ où E est l'énergie totale, δm_E la masse qui entre dans $\mathscr{S}$ entre t et $t+dt$ et e_E l'énergie totale massique en entrée de la machine. $E_{\mathscr{S}}$ ne dépend pas du temps car on est en régime permanent. De même $E_{\mathscr{S}^*}(t+dt) = E_{\mathscr{S}} + \delta m_S e_S$. Comme $\mathscr{S}^*$ est fermé, on peut lui appliquer le premier principe : $dE_{\mathscr{S}^*} = \delta Q + \delta W$. $dE_{\mathscr{S}^*} = E_{\mathscr{S}^*}(t+dt) - E_{\mathscr{S}^*}(t) = \delta m_S e_S - \delta m_E e_E$. On a par conservation du débit en régime permanent : $\delta m_E = \delta m_S = D_m dt$ de plus, par définition de l'énergie totale $e = e_c + e_p + u$. Comme on néglige les variations d'énergie cinétique et potentielle, on en déduit : $dE_{\mathscr{S}^*} = D_m dt(u_S - u_E)$.

On a $\delta Q = p_{th}dt$. Pour δW, il ne faut pas oublier les puissances des forces de pression : $\delta W = p_{mec}dt + (P_E\Sigma_E v_E - P_S\Sigma_S v_S)dt$, avec Σ la surface d'entrée ou sortie, v la vitesse, P la pression. Comme le débit est conservé : $D_m = \rho_E v_E \Sigma_E = \rho_S v_S \Sigma_S$, donc $\delta W = p_{mec}dt + D_m(P_E/\rho_E - P_S/\rho_S)dt$. Le premier principe peut donc s'écrire : $D_m dt(u_S + P_S/\rho_S - (u_E + P_E/\rho_E)) = p_{th}dt + p_{mec}dt$. Or comme $H = U + PV$, on a $h = u + P/\rho$, donc finalement :

$$\boxed{D_m(h_S - h_E) = p_{th} + p_{mec}}.$$

F2. D'après la deuxième loi de Joule : $dH = C_p dT = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}dT$. On en déduit $H = H_0 + \frac{nR\gamma}{\gamma-1}T$ et finalement

$$\boxed{h = h_0 + \frac{R\gamma}{M(\gamma-1)}T}.$$

F3. On utilise la relation établie en F1. avec comme système ouvert la cabine. L'air en entrée est à la température T_K et en sortie à T_{INT}. Il n'y a pas de puissance mécanique (hors pression) mais une puissance thermique calculée en E1. Donc $D_m\frac{R\gamma}{M(\gamma-1)}(T_{INT} - T_K) = \mathscr{P}$, le calcul donne : $\boxed{D_m = 1,9\text{kg.s}^{-1}}$.

F4. On trouve un débit 37 fois plus grand que le débit de renouvellement de l'air, ainsi la climatisation permet en même temps de renouveler l'oxygène.

F5. On utilise la relation établie en F1. avec comme système ouvert la vanne de détente. L'air en entrée est à la température T_R et en sortie à T_C. Il n'y a ni puissance mécanique (hors pression), ni puissance thermique (adiabatique), donc $(1-x)D_m\frac{R\gamma}{M(\gamma-1)}(T_C - T_R) = 0$, On obtient donc $\boxed{T_C = T_R = 520\text{K}}$.

F6. On considère maintenant l'embranchement final. Il faut reprendre le raisonnement de la question F1. car il y a maintenant deux entrées. Avec les mêmes notations, on a maintenant : $E_{\mathscr{S}^*}(t) = E_{\mathscr{S}} + xD_m dt e_{E1} + (1-x)D_m dt e_{E2}$, avec e_{Ei} l'énergie totale massique passant par la voie i. Il n'y a ni puissance mécanique (hors pression), ni puissance thermique (adiabatique). On obtient finalement $D_m(h_S - xh_{E1} - (1-x)h_{E2}) = D_m\frac{R\gamma}{M(\gamma-1)}(T_K - xT_S - (1-x)T_C) = 0$, soit :

$$\boxed{x = \frac{T_K - T_C}{T_S - T_C} = 0,94}.$$

F7. La transformation dans la turbine est adiabatique et réversible donc isentropique, comme l'air est modélisé par un gaz parfait, la loi de Laplace s'applique, on a donc :

$$\boxed{P_R^{1-\gamma}T_1^{\gamma} = P_{INT}^{1-\gamma}T_S^{\gamma}}.$$

F8. On applique la relation de F1 pour le système réacteur. On obtient : $D_m\frac{R\gamma}{M(\gamma-1)}(T_R - T_A) = \mathscr{P}_{REAC}$. Il n'y a pas de puissance thermique car la transformation est dite adiabatique. On obtient $\boxed{\mathscr{P}_{REAC} = 5,7.10^5\text{W}}$.

Identiquement pour la turbine : $xD_m\frac{R\gamma}{M(\gamma-1)}(T_S - T_1) = \mathscr{P}_{TU}$. On obtient $\boxed{\mathscr{P}_{TU} = -2,8.10^5\text{W}}$.

F9. $\boxed{\mathscr{P}_{TOT} = \mathscr{P}_{REAC} + \mathscr{P}_{TU} = 2,9.10^5\text{W}}$. Cela peut paraître important mais comme la source d'énergie est la chaleur des réacteurs, c'est une puissance "gratuite" qui serait perdue si elle n'était pas utilisée. Comme la turbine pourrait contribuer, par exemple, à la production d'électricité de l'avion, ce dispositif améliore le rendement.

G1. N.B. : L'énoncé parle sûrement de x_i et non de x_j.

L'onde se propage à la vitesse c, donc :

$$\boxed{c = \frac{\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2}}{t_a - t_i}}.$$

G2. Il y a trois inconnues (x, y, z) donc il faut, a priori, trois équations donc trois satellites.
G3. La distance à parcourir est donc d'environ $d = 2.10^4 - 6\text{km} \simeq 2.10^4\text{km}$. La durée de propagation vaut $\boxed{\tau = d/c = 7.10^{-2}\text{s} = 70\text{ms}}$.
G4. On a $d = c\tau$ avec d la distance à parcourir et τ le temps de parcours. Donc $\Delta d = c\Delta\tau$ ainsi $\Delta d = 300\text{m}$. L'incertitude est grande, on attend d'un système G.P.S. une précision de l'ordre du mètre.
G5. Δt est une nouvelle inconnue, donc, a priori, il suffit d'avoir une quatrième équation pour déterminer (x, y, z) et Δt donc un quatrième satellite.
G6. Dans un plasma $\rho = 0$ et $\vec{J} \neq 0$ donc les équations de Maxwell donnent :

$$div(\vec{B}) = 0 \qquad div(\vec{E}) = 0$$
$$\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

G7. Un électron du plasma subit des interactions gravitationnelles et électromagnétiques dues aux autres électrons et aux ions. Il subit aussi la force de Lorentz due à l'onde se propageant, cette force est prédominante. Elle est composée d'une partie électrique $-e\vec{E}$ et magnétique $-e\vec{v} \wedge \vec{B}$. La partie magnétique est usuellement négligeable par rapport à la partie électrique.
G8. Le P.F.D. sur un électron donne $m\frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E}$. En complexe $mj\omega\underline{\vec{v}} = -e\underline{\vec{E}}$ d'où

$$\boxed{\underline{\vec{v}} = \frac{-e}{mj\omega}\underline{\vec{E}}}.$$

Par définition $\vec{J} = n(-e)\vec{v}$, donc

$$\boxed{\underline{\vec{J}} = \frac{ne^2}{mj\omega}\underline{\vec{E}}}.$$

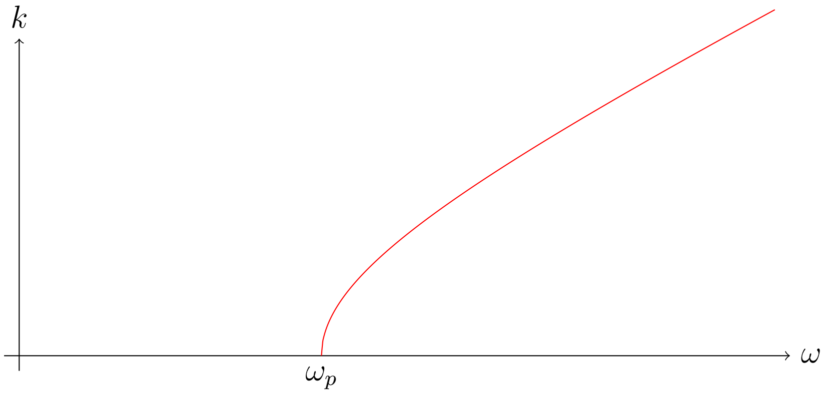
G9. On calcule $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}(\underline{\vec{E}})) = -\vec{\Delta}\underline{\vec{E}} = -\frac{\partial \overrightarrow{rot}(\underline{\vec{B}})}{\partial t} = -\mu_0 j\omega \underline{\vec{J}} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial t^2}$. En utilisant la question précédente on obtient :

$$\boxed{\vec{\Delta}\underline{\vec{E}} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial t^2} = \frac{\mu_0 n e^2}{m}\underline{\vec{E}}}.$$

Dans le vide l'équation de propagation est $\vec{\Delta}\underline{\vec{E}} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial t^2} = 0$. On retrouve le cas du vide pour $n \to 0$ (plus de matière).
G10. On remplaçant $\underline{\vec{E}}$ par la forme $\vec{E}_0 exp[j(\omega t - kz)]$ on obtient :

$$\boxed{-k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\mu_0 n e^2}{m}}.$$

G11. La propagation n'est possible que si k n'est pas imaginaire pur, donc il faut $\frac{\omega^2}{c^2} > \frac{\mu_0 n e^2}{m}$ ainsi $\omega > \omega_p$ avec $\boxed{\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\varepsilon_0}}}$.
Dans ce cas là, $k(\omega) = \frac{1}{c}\sqrt{w^2 - w_p^2}$, ce qui donne graphiquement :



Pour $\omega \to \infty$, on a $k(\omega) \to \frac{\omega}{c}$. On retrouve le cas du vide.

G12. Par définition $\boxed{v_\varphi = \frac{\omega}{k}}$ et $\boxed{v_g = \frac{d\omega}{dk}}$. On obtient

$$\boxed{v_\varphi = c\frac{1}{\sqrt{1-\frac{w_p^2}{\omega^2}}}}.$$

On différencie la relation de dispersion pour montrer que $v_\varphi v_g = c^2$ d'où :

$$\boxed{v_g = c\sqrt{1-\frac{w_p^2}{\omega^2}}}.$$

G13. La vitesse de phase n'a pas de réalité physique car c'est la vitesse d'une O.P.P.H. qui, ayant une énergie infinie, ne peut exister. D'ailleurs on constate que $v_\varphi > c$ dans ce cas. C'est la vitesse de groupe qui représente la vitesse d'un paquet d'onde, ce qui est envoyé par le satellite.

G14. Sans prendre en compte la ionosphère, on déduit la distance du temps de trajet τ par la formule : $d_0 = c\tau$. Comme la distance réelle d contient en fait une distance H dans la ionosphère, le temps τ est donné par : $\tau = \frac{H}{v_g} + \frac{d-H}{c}$ d'où $d = H + c(\tau - \frac{H}{v_g})$ et

$$\boxed{\Delta d = d_0 - d = H(\frac{c}{v_g} - 1)}.$$

G15. L'erreur n'est pas très importante. Néanmoins d'autres effets sont à prendre en compte, en particulier les rayons ne parcourent par une ligne droite, il y a réfraction lors de l'entrée et la sortie de la ionosphère.