Corrigé Devoir 1

Étude d'un compresseur alternatif

I Préliminaires

I-1 Il faudrait pour cela que $p_c < p_{atm}$ et $p_b < p_c$, donc $p_b < p_{atm}$ or on va comprimer le gaz dans la bouteille, ce cas ne se produira donc pas.

I-2 Lorsque S_1 est ouverte, $p_c = p_{atm}$. Dès que le piston revient, il va avoir tendance à comprimer l'air dans le cylindre. Alors $p_c > p_{atm}$: la soupape S_1 se referme immédiatement.

I-3 Non, il faut attendre que p_c atteigne la pression à l'intérieur de la bouteille.

II Fonctionnement idéal du compresseur

II-1

II-1a Lorsque S_1 se ferme, les pressions de part et d'autre de S_2 sont identiques. S_2 s'ouvre alors immédiatement.
Le système étudié est l'air situé dans la bouteille et le cylindre. La pression étant une grandeur intensive, la pression en fin de compression de ce système est entre autre celle de l'air dans la bouteille, donc $p_{b,1}$
L'évolution étant isotherme : $p_0.(V_0+V_M) = p_{b,1}.(V_0+V_m)$

$$\boxed{p_{b,1} = p_0.\frac{V_0+V_M}{V_0+V_m}}$$

II-2

II-2a Elle s'ouvre lorsque p_c atteint la pression p_{atm}. Or initialement la pression dans le cylindre est $p_{(b,n-1)}$. L'évolution étant isotherme :

$p_{(b,n-1)}.V_m = p_{atm}.V_{i,n}$. Donc $\boxed{V_{i,n} = \frac{p_{(b,n-1)}}{p_{atm}}.V_m}$

On remarque que cette relation est bien vérifiée au premier cycle.

II-2b Elle s'ouvre lorsque p_c atteint la pression $p_{(b,n-1)}$. L'évolution étant isotherme :
$p_{atm}.V_M = p_{(b,n-1)}.V_{j,n}$. Donc $\boxed{V_{j,n} = \frac{p_{atm}}{p_{(b,n-1)}}.V_M}$
On remarque que cette relation est bien vérifiée au premier cycle.

II-2c Une fois la soupape S_2 ouverte, on peut reprendre un raisonnement analogue à celui tenu pour le premier cycle :
$p_{(b,n-1)}.\left(V_0+V_{j,n}\right) = p_{b,n}.(V_0+V_m)$ donc $p_{b,n} = p_{(b,n-1)}.\frac{V_0+V_{j,n}}{V_0+V_M}$

$$\boxed{p_{b,n} = \frac{V_0.p_{(b,n-1)} + p_{atm}.V_M}{V_0+V_M}}$$

II-3 Toute compression deviendra impossible à partir de la condition limite suivante : la soupape S_2 s'ouvre lorsque $V_{j,n} = V_m$, soit $V_m = V_{j,n_l} = \frac{p_{atm}}{p_{(b,n_l-1)}}.V_M$

On aura donc $\boxed{p_L = p_{(b,n_l-1)} = \frac{V_M}{V_m}.p_{atm}}$

II-4

```
p_atm=1e5           #On affecte les différents paramètres
V_0=15e-3
V_m=2e-6
V_M=400e-6
cycle=1             #On initialise le compteur de cycle
p_L=p_atm*V_M/V_m   #Calcul de la pression limite
p_b=p_atm*(V_0+V_M)/(V_0+V_m)  #On calcule p_b à la fin du premier cycl
dp=(p_L-p_b)/p_L

while dp>1e-3:  #On calcul p_b à chaque cycle tant que dp est trop gran
    cycle=cycle+1
    p_b=p_b*(V_0+(p_atm/p_b)*V_M)/(V_0+V_M)
    dp=(p_L-p_b)/p_L
```

```
# En sortie de boucle la condition limite a été dépassée, on revient
# donc au cycle précédent
print('nombre de cycles:'.format(cycle-1))
```

II-5

III Modèle réel de la compression

III-1

- L'évolution étant polytropique pour un gaz parfait : $\delta Q = b.C_p.dT$
- L'évolution étant quasi-statique pour un gaz parfait : $\delta W = -p_{ext}.dV = -p.dV = -\frac{n.R.T}{V}.dV$
- Selon le premier principe pour un gaz parfait : $dU = C_v.dT = \delta Q + \delta W$
  Soit $(C_v - b.C_p).\frac{1}{T} + n.R.\frac{dV}{V} = 0 = df(T,V)$
- On déduit de $\frac{\partial f}{\partial T} = (C_v - b.C_p).\frac{dT}{T}$ que $f(T,V) = (C_v - b.C_p).lnT + \Phi(V)$
  Donc $\frac{\partial f}{\partial V} = \Phi'(V) = \frac{n.R}{V}$ soit $\Phi(V) = n.RlnV + C^{te}$
  Or la différentielle nulle correspond à une fonction constante : $f(T,V) = C_1^{te}$
  Ce qui donne $(C_v - b.C_p).lnT + lnV = C_2^{te}$ ou, en faisant intervenir les capacités molaires :
  $ln\left[T^{\frac{c_v - b.c_p}{R}}.V\right] + ln(n) = C_2^{te}$. Ce qui donne bien la relation proposée, avec (en utilisant la relation de Mayer)
  $\boxed{k = \frac{\gamma - 1}{b.\gamma - 1}}$

III-2 Il suffit d'exploiter l'équation d'état du gaz parfait pour aboutir à $p.V^{k+1} = C^{te}$

III-3 $k = 0$: transformation isotherme et $k = \gamma - 1$: transformation adiabatique

III-4 On applique donc la loi d'évolution polytropique :
$p_0.(V_0 + V_M)^{k+1} = p_{(b,1)}^{reel}.(V_0 + V_M)^{k+1}$ soit $\boxed{p_{(b,1)}^{reel} = p_{atm}.\left(\frac{V_0 + V_M}{V_0 + V_m}\right)^{k+1}}$

III-5 On constate donc que $p_{(b,1)}^{reel} > p_{(b,1)}^{isotherme}$. Mais il ne faudrait surtout pas en conclure que l'efficacité a augmenter. Il est très probable que pour arriver à la même pression finale, le travail fourni par l'opérateur soit très supérieur dans le cas de l'évolution polytropique à celui nécessaire dans le cas réversible de l'évolution isotherme.