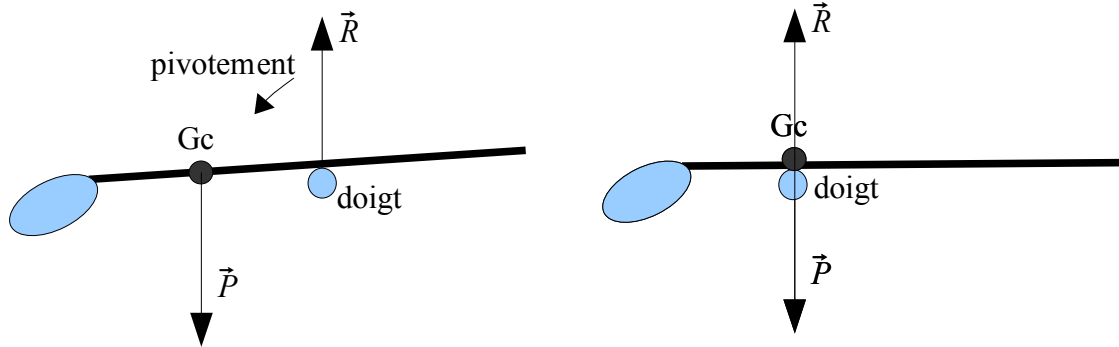


I- Le Swing

I-A-1)



Si G_c n'est pas à l'aplomb du doigt, le poids a un moment non nul par rapport au doigt, ce qui implique un basculement autour de l'axe du doigt. Par contre si G_c est à l'aplomb du doigt, le poids a un moment nul par rapport au doigt, l'équilibre est donc réalisé.

I-A-2) a) On applique le théorème du moment cinétique dans le référentiel d'étude supposé galiléen (...) par rapport à Az fixe dans ce même référentiel. On obtient donc:

$$J_c \dot{\varphi} = -m_c g h_c \sin \varphi$$

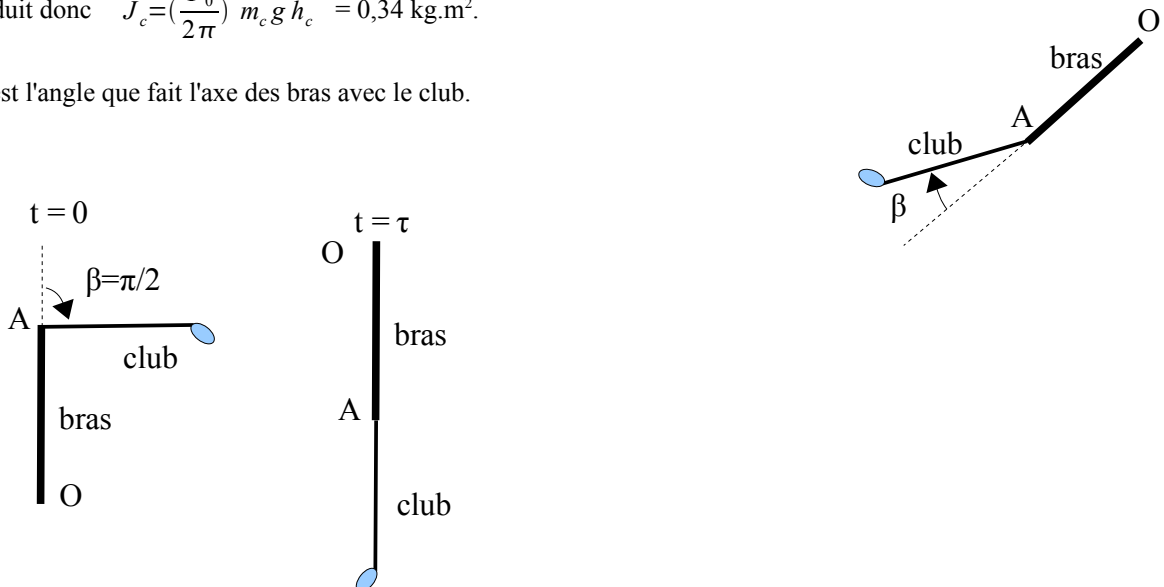
b) Dans le cadre des petites oscillations on peut linéariser $\sin \varphi$, et on obtient donc:

$$\ddot{\varphi} + \frac{m_c g h_c}{J_c} \varphi = 0 \quad \text{équation d'un oscillateur harmonique de période} \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_c}{m_c g h_c}}$$

On en déduit donc $J_c = \left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2 m_c g h_c = 0,34 \text{ kg.m}^2$.

I-B-1) β est l'angle que fait l'axe des bras avec le club.

I-B-2)



I-C-1) $\vec{OG}_c = \vec{OA} + \vec{AG}_c$ d'ou $x_{Gc} = L_b \cos \theta + h_c \cos \varphi$ et $y_{Gc} = L_b \sin \theta + h_c \sin \varphi$

En dérivant, on en déduit: $\vec{p}_c = m_c \frac{d\vec{OG}_c}{dt} = m_c [-(L_b (\sin \theta) \dot{\theta} + h_c (\sin \varphi) \dot{\varphi}) \vec{u}_x + (L_b (\cos \theta) \dot{\theta} + h_c (\cos \varphi) \dot{\varphi}) \vec{u}_y]$

I-C-2) Les bras OA sont en rotation autour de l'axe fixe Oz. Il vient donc: $E_b = \frac{1}{2} J_b \dot{\theta}^2$

Le club est en mouvement de rotation autour de Az non fixe dans le référentiel d'étude. On applique alors le théorème de Koëinig:

$$E_c = \frac{1}{2} m_c v_{G_c}^2 + E_c^* = \frac{1}{2} m_c v_{G_c}^2 + \frac{1}{2} (J_c - m_c h_c^2) \dot{\varphi}^2$$

ce qui donne, tout calcul fait: $E_c = \frac{1}{2} m_c v_{G_c}^2 + E_c^* = \frac{1}{2} (J_c - m_c h_c^2) \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_c (L_b^2 \dot{\theta}^2 + h_c^2 \dot{\varphi}^2 + 2 L_b h_c \dot{\varphi} \dot{\theta} \cos(\varphi - \theta))$

L'énergie cinétique de l'ensemble est la somme de ces deux énergies cinétiques, on obtient:

$$E_c = \frac{1}{2} (J_b + m_c L_b^2) \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_c \dot{\varphi}^2 + m_c L_b h_c \dot{\varphi} \dot{\theta} \cos(\beta)$$

d'où les expressions de C, D, E: $C = J_b + m_c L_b^2$ $D = J_c$ $E = m_c L_b h_c$

I-C-3) Le club n'étant pas en rotation autour d'un axe fixe dans le référentiel d'étude, il faut appliquer le théorème de Koëinig relatif au moment cinétique, projeté sur Oz:

$$\sigma_{c(Oz)} = J'_c \dot{\varphi} + \vec{u}_z \cdot (m_c O\vec{G}_c \wedge \vec{v}_{G_c})$$

I-D-1) $\Gamma_b < 0$ car ce couple doit tendre à faire tourner l'ensemble selon $-\vec{u}_z$.

On applique le théorème du moment cinétique scalaire à l'ensemble {bras et club} par rapport à l'axe Oz fixe, sachant que la pesanteur et les frottements de l'air sont négligés devant l'effet du couple Γ_b .

$$C \ddot{\theta} + D \ddot{\varphi} + E (\ddot{\theta} + \ddot{\varphi}) \cos \beta + E (\dot{\theta} + \dot{\varphi}) (\dot{\theta} - \dot{\varphi}) \sin \beta = \Gamma_b$$

I-D-2) a) On applique le théorème de la résultante cinétique au club: $\frac{d\vec{p}_c}{dt} = F_x \vec{u}_x + F_y \vec{u}_y$ d'où:

$$F_x = \frac{d}{dt} (-m_c [L_b (\sin \theta) \dot{\theta} + h_c (\sin \varphi) \dot{\varphi}]) \quad \text{et} \quad F_y = \frac{d}{dt} (m_c [L_b (\cos \theta) \dot{\theta} + h_c (\cos \varphi) \dot{\varphi}])$$

b) On applique le théorème du moment cinétique barycentrique au club. Il vient:

$$J'_c \dot{\varphi} = \Gamma_c + \vec{u}_z \cdot (\vec{G}_c A \wedge (F_x \vec{u}_x + F_y \vec{u}_y)) = \Gamma_c + (F_x h_c \sin \varphi - F_y h_c \cos \varphi)$$

I-D-3) a) dans cette première phase: $\dot{\varphi} = \dot{\theta}$, et donc $\ddot{\varphi} = \ddot{\theta}$ et $\cos \beta = 0$. En remplaçant dans I-D-1), on obtient:

$$(C + D) \ddot{\theta} = \Gamma_b \quad \text{d'où} \quad \theta(t) = \frac{\Gamma_b}{2(C + D)} t^2 + \pi \quad \text{car} \quad \dot{\theta}(0) = 0$$

b) On résout $\Gamma_c(t_0) = 0$. Il vient donc: $t_0 = \sqrt{-\frac{D(C + D)}{E \Gamma_b}}$ et $\theta(t_0) = -\frac{D}{2E} + \pi = 2,2 \text{ rad.}$

I-D-4) a) Comme actions internes au système {bras+club}, nous avons la force en A et le couple Γ_c .

La force en A ne travaille pas, car il n'y a pas de mouvement relatif du club par rapport aux bras: $\vec{v}_{A \in \text{club}/\text{bras}} = \vec{0}$

Entre 0 et t_0 : la vitesse de rotation relative du club par rapport aux bras est nulle ($\dot{\beta} = 0$), donc le couple ne développe pas de puissance.

Entre t_0 et τ : la liaison devient pivot parfaite donc elle ne travaille pas.

Ainsi, entre $t = 0$ et $t = \tau$, le travail des actions intérieures au système {bras + club} est nul.

b) Γ_b étant constant, $W_{\Gamma_b} = \Gamma_b \Delta \theta = \Gamma_b (\theta(\tau) - \theta(0)) = -\pi \Gamma_b$

c) On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble, entre $t = 0$ et $t = \tau$, en négligeant toujours l'action de la pesanteur et des frottements de l'air.:

$$E_c(\tau) - E_c(0) = W_b = -\pi \Gamma_b \approx \frac{1}{2} D (\dot{\varphi}^2)(\tau) \quad \text{dans le cadre des hypothèses de l'énoncé, avec } D = J_c.$$

d'où: $\dot{\varphi}(\tau) = -\sqrt{-\frac{2 \Gamma_b \pi}{J_c}}$

d) $\vec{v}_b \approx -(L_b + L_c) \sqrt{-\frac{2 \Gamma_b \pi}{J_c}} \vec{u}_y$ et $v_b \approx 75 \text{ m.s}^{-1}$

Cette vitesse bien qu'un peu élevée correspond à l'ordre de grandeur donnée dans la suite pour un driver, donc les approximations même simples donnent des résultats tout à fait satisfaisants, le modèle semble donc pertinent.

II- Le vol de la balle.

II-A) Le système est invariant par translation le long de l'axe Oz, et l'écoulement est stationnaire. Le champ des vitesses ne dépend donc que des coordonnées r et θ .

II-B) L'écoulement est supposé parfait, donc la composante normale du champ des vitesses à la surface de la sphère est nulle: $\vec{v}(R, \theta) \cdot \vec{u}_r = 0$ pour tout θ

De plus le champ des vitesses doit tendre vers \vec{v}_0 quand r tend vers l'infini:

$$\vec{v}(r \rightarrow \infty, \theta) \rightarrow -v_0 \vec{u}_x \quad \text{pour tout } \theta$$

II-C) L'écoulement est irrotationnel, $\vec{rot} \vec{v} = \vec{0}$, donc $\exists \varphi / \vec{v} = \vec{grad} \varphi$

II-D)

$$v_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \left(-v_0 + \frac{p}{2\pi r^2}\right) \cos \theta$$

$$v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = \left(v_0 + \frac{p}{2\pi r^2}\right) \sin \theta + \frac{R^2 \Omega}{r}$$

II-E) $\vec{v}(r \rightarrow \infty, \theta) \rightarrow (-v_0 \cos \theta) \vec{u}_r + (v_0 \sin \theta) \vec{u}_\theta = -v_0 \vec{u}_x$ OK
 $v_t(R, \theta) = 0$ pour tout θ implique $p = 2\pi R^2 v_0$

II-F) On applique le théorème de Bernoulli dans l'écoulement entre un point situé à l'infini et un point sur la sphère:

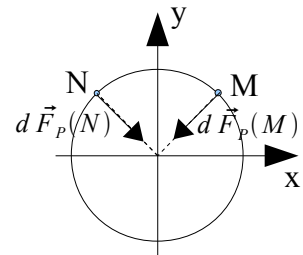
$$P(R, \theta) + \rho \frac{v^2(R, \theta)}{2} = P_0 + \rho \frac{v_0^2}{2}$$

On en déduit après calcul:

$$P(R, \theta) = P_0 + \frac{\rho}{2} [v_0^2 (1 - 4 \sin^2 \theta) - R^2 \Omega^2 - 4R \Omega v_0 \sin \theta]$$

II-G) On considère deux éléments de surface dS identiques sur le cylindre, l'un centré en M, l'autre en N, M et N étant symétrique par rapport à Oy. Les champs des pressions en M et N sont identiques: $P(M) = P(N)$, donc les deux forces pressantes sont symétriques par rapport à Oy.

Leur somme sera donc portée par l'axe Oy, ainsi, la résultante des forces de pression aura donc une composante nulle selon l'axe Ox.



II-H) On va calculer uniquement la projection des forces pressantes élémentaires selon Oy, pour un élément de surface $dS = R h d\theta$ centré en M:

$$d\vec{F}_p(R, \theta) \cdot \vec{u}_y = -P(R, \theta) \sin \theta R h d\theta$$

Il reste donc à intégrer cette expression pour θ variant de 0 à 2π .

On obtient donc:

$$\vec{F}_p = 2\rho\pi R^2 h \Omega v_0 \vec{u}_y = 2\rho\pi R^2 h \vec{v}_0 \wedge \vec{\Omega}$$

Soit $\alpha = 2\rho\pi R^2 h$

II-I-1) Si $\Omega > 0$, la résultante des forces de pression est dirigé vers le haut, la balle subit donc une force de portance qui s'opposera à l'effet de son poids, tout se passe comme si cette balle était allégée, elle ira donc plus loin.

Si $\Omega < 0$, la résultante des forces de pression est dirigé vers le bas, la balle subit donc une force qui s'ajoutera à l'effet de son poids, tout se passe comme si cette balle était plus lourde, elle ira donc moins loin.

II-I-2) AN: $F_p = 0,4N$, $P = 0,45N$: la portance annihile presque entièrement l'effet de la pesanteur, ce qui permet à la balle d'aller très loin dans un driver.

II-I-3) On risque d'avoir une composante du vecteur rotation selon Oy, ce qui donnerait à la trajectoire de la balle une déviation selon l'axe Oz. La trajectoire de la balle serait donc courbée.

II-I-4) On n'a pas tenu compte du caractère non idéal de l'écoulement, et donc de l'existence des phénomènes de viscosité qui seront responsable de l'apparition d'une force de trainée résistive sur la balle qui s'opposera à son mouvement dans l'air. La balle sera donc ralentie et tournera moins vite.

III- Etude des vibrations de la tête de club.

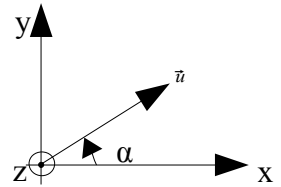
III-A-1) Contact optique: les deux miroirs sont parfaitement perpendiculaires (lame d'air) et ils sont rigoureusement situés à la même distance de la séparatrice (lame d'air d'épaisseur nulle).

III-A-2) Le dispositif est identique à celui d'une lame d'air d'épaisseur d sur laquelle on envoie un faisceau de lumière parallèle. Les rayons se réfléchissant sur S et sur M et ressortant du dispositif forment deux faisceaux cohérents de lumière parallèle de même intensité se propageant selon $-Ox$, qui interféreront au niveau de la photodiode. On a donc le schéma classique d'interférence à deux ondes, avec $I = I_0 (1 + \cos \varphi)$, avec $\varphi = 2\pi \delta / \lambda$, où δ est la différence de marche entre un rayon se réfléchissant sur M et un rayon se réfléchissant sur S. On a $\delta = 2d$, donc $\varphi = 4\pi d / \lambda$.

III-A-3) si on change d en $-d$, $\cos \varphi$ est inchangé, donc I restera le même. On ne peut donc pas accéder avec cette méthode au signe de d , donc au sens de déplacement de S.

III-B-1) C'est une onde plane polarisée rectilignement dans la direction du vecteur unitaire

$$\vec{u} = \cos \alpha \vec{u}_x + \sin \alpha \vec{u}_y$$



III-B-2) Pour une OPPM se propageant selon Oz:

$$\vec{B}_i = \frac{\vec{u}_z \wedge \vec{E}_i}{c} = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t - kz) [-\sin \alpha \vec{u}_x + \cos \alpha \vec{u}_y]$$

Le vecteur de Poynting $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ est un vecteur densité surfacique de puissance électromagnétique rayonnée. Le flux de ce vecteur à travers une surface représente la puissance électromagnétique rayonnée par le champ électromagnétique à travers cette surface, dans le sens choisi pour son orientation.

$$P_i = \left\langle s u_z \cdot \frac{\vec{E}_i \wedge \vec{B}_i}{\mu_0} \right\rangle = \frac{s E_0^2 \epsilon_0 c}{2}$$

III-C-1) $\vec{E}_{sonde} = E_0 \cos \alpha \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x$ $\vec{B}_{sonde} = \frac{E_0}{c} \cos \alpha \cos(\omega t - kz) \vec{u}_y$

donc $P_{sonde} = \left\langle s u_z \cdot \frac{\vec{E}_{sonde} \wedge \vec{B}_{sonde}}{\mu_0} \right\rangle = \frac{s E_0^2 \epsilon_0 c}{2} \cos^2 \alpha = P_i \cos^2 \alpha$. On retrouve la loi de Malus.

III-C-3) Comme il n'y a pas d'absorption, on obtient $P_{ref} = P_i - P_{sonde} = P_i \sin^2 \alpha$.

III-D-1) $E_{i,y'} = E_0 \sin \beta \cos(\omega t - kz')$

III-D-2) $\phi = \pi/2$. La composante selon Oy' (axe lent) prend du retard sur la composante selon Ox' (axe rapide).

III-D-3) $\vec{E}_{sortielame} = E_0 \cos \beta \cos(\omega t' - kz') \vec{u}_x + E_0 \sin \beta \sin(\omega t' - kz') \vec{u}_y$. On obtient dans le cas général (β non congru à 0 modulo $\pi/2$) une onde polarisée elliptiquement, dont les grands et petits axes sont confondus avec les lignes neutres de la lame.

III-D-4) $\vec{E}_{sortielame} (\beta = 45^\circ) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t' - kz') \vec{u}_x + \frac{E_0}{\sqrt{2}} \sin(\omega t' - kz') \vec{u}_y$: les deux composantes ont même amplitude et sont déphasées de $\pi/2$: l'onde est donc polarisée circulairement.

On se place ensuite dans le plan d'onde $z' = 0$, on représente la trajectoire circulaire de l'extrémité du vecteur champ électrique au cours du temps, et on constate que cette trajectoire est parcourue dans le sens trigonométrique: l'onde est donc polarisée circulairement gauche.

III-E) L'onde réfléchi se propage dans le sens des z' décroissants, elle a la même pulsation que l'onde incidente, et, en $z'=0$, on doit avoir: $(\vec{E}_{réfléchi} + \vec{E}_{incident})(z'=0, t) = \vec{0} \forall t$.

On en déduit donc la forme du champ électrique réfléchi:

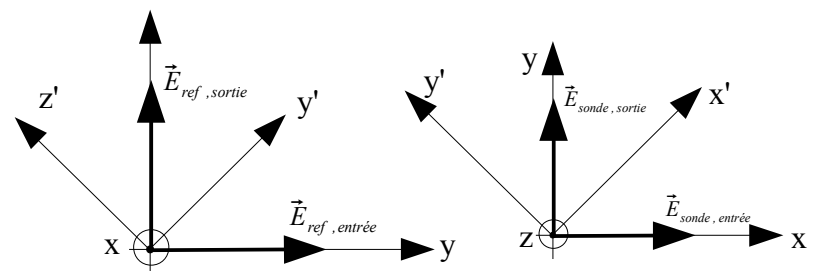
$$\vec{E}_{réfléchi} = -\frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t' + kz') \vec{u}_x - \frac{E_0}{\sqrt{2}} \sin(\omega t' + kz') \vec{u}_y$$

Les deux composantes ont même amplitude et sont déphasées de $\pi/2$: l'onde est donc polarisée circulairement.

On se place ensuite dans le plan d'onde $z' = 0$, l'axe Oz' pointant vers le fond de la figure, on représente la trajectoire circulaire de l'extrémité du vecteur champ électrique au cours du temps, et on constate que cette trajectoire est parcourue dans le sens des aiguilles d'une montre: l'onde réfléchi est donc polarisée circulairement droite.

III-F) $\vec{E}_{final} = -\frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t'' + kz') \vec{u}_x + \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t'' + kz') \vec{u}_y$: Le champ émergent est polarisé rectilignement dans une direction symétrique de la direction de polarisation du champ incident par rapport à l'axe Oy', c'est à dire par rapport aux lignes neutres de la lame $\lambda/4$.

III-G) $\vec{E}_{sonde, sortie} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t'' + kz - \phi) \vec{u}_y$
 $\vec{E}_{réf, sortie} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t'' + kz) \vec{u}_z =$



III-H) Les deux polarisation seront circulaires, l'une droite, l'autre gauche, car les champs incidents sont respectivement polarisés selon Oy et Oz.

III-I) On somme les deux champs électriques et on obtient: $\vec{E}_{total} = \sqrt{2} E_0 \cos(\omega t + kx - \frac{\varphi}{2}) [\sin(\frac{\varphi}{2}) \vec{u}_y + \cos(\frac{\varphi}{2}) \vec{u}_z]$

Le champ total est donc polarisé rectilignement, et sa direction de polarisation fait avec l'axe Oz l'angle $\varphi/2$.

III-J) $u_1 = \alpha P_{transmis} = \alpha P_0 \cos^2(\varphi/2) = U_0(1 + \cos\varphi)$ avec $U_0 = \alpha P_0 / 2$
 $u_2 = \alpha P_{ref} = \alpha P_0 \sin^2(\varphi/2) = U_0(1 - \cos\varphi)$

en effet, le plan d'incidence de CSP2 est le plan (xOz) et l'onde se propage selon -Ox.

III-K-1) Ces vibrations sont ressenties dans les bras du golfeur. On les entend aussi à l'oreille, car elles sont dans le domaine des fréquences audibles.

III-K-2) noeuds de vibration: endroits où l'amplitude de la vibration reste nulle pour tout t

ventres de vibrations: endroits où l'amplitude de la vibration reste maximale pour tout t

Le fait de ne pas taper la balle au centre de la surface de la tête du club est responsable de la non excitation de certains modes de vibrations. Le son sera donc moins riche et plus mat si la balle est mal tapée.

III-K-2) On peut penser qu'il existe un couplage entre la tête du golf et le manche, que le manche vibrera aussi à des fréquences plus basses car il est plus long.