

Devoir 11 - Corrigé

## A ÉTUDE DE LA GUITARE

**A1** L'onde mécanique au niveau de la corde

**Q1** (1.5pt) -

$$\rho \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{4}\right)^2 \cdot L = \mu \cdot L \text{ donc } D = 2 \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\pi \cdot \rho}} = 0,98 \text{ mm}$$

**Q2** (0.5pt) -

La corde étant assimilable à l'axe  $Ox$  au repos, on néglige le poids qui donnerait au repos une forme non rectiligne à la corde.

**Q3** (3pt) -

On applique le PFD à une tranche  $dx$  de la corde entourant le point  $M$ . Projeté selon l'axe  $Ox$ , cela donne :

$$dm \cdot \vec{a}(M) \cdot \vec{e}_x = +T \left(x + \frac{dx}{2}, t\right) \cdot \cos\alpha \left(x + \frac{dx}{2}, t\right) - T \left(x - \frac{dx}{2}, t\right) \cdot \cos\alpha \left(x - \frac{dx}{2}, t\right)$$

- L'hypothèse des petits mouvements nous permet de dire que  $\cos\alpha \equiv \alpha$ .
- Les déplacements transversaux de la corde impliquent que  $\vec{a}(M) \cdot \vec{e}_x = 0$

On obtient donc  $T \left(x + \frac{dx}{2}, t\right) = T \left(x - \frac{dx}{2}, t\right) \forall x$

Soit  $T(x, t) = T(t)$ . Or aux extrémités, la tension est constante, égale à  $T_0$ , donc  $T(x, t) = T_0$

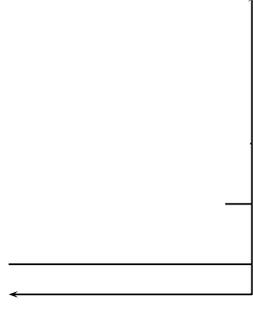
**Q4** (2pt) -

$$c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$$

**Q5** (2pt) -

- L'onde ne peut être que stationnaire. La forme de la solution correspond donc à ce type d'onde.
- Les CAL doivent être vérifiées :  $y(0, t) = y(L, t) = 0$ . La solution proposée est bien en accord avec des CAL.

**Q6** (1pt) -



**Q7** (1pt) -

Il doit restituer le fondamental ainsi que l'ensemble des harmoniques

**AII Étude du microphone**

**AII-1 Inductance de la bobine**

**Q8** (1pt) -

Chaque fil a un diamètre  $d = \frac{\sqrt{s}}{\pi}$ . Sur une longueur de  $1 \text{ m}$ , on aura donc  $\frac{10}{d}$  spires

$$\text{jointives : } n = \frac{10}{d}$$

**Q9** (2pt) -

- Le symétries nous orientent vers un système e coordonnées cylindriques  $(r, \theta, x)$ . Il y aura invariance par rotation d'angle  $\theta$  et translation selon  $Ox$ . La norme du champ ne dépendra donc que de  $x$
- Le plan d'une spire est plan de symétrie pour la distribution des courants. Le champs sera donc selon l'axe orthogonal à ce plan, don porté par  $\vec{e}_x$

**Q10** (2pt) -

Dans le cadre de l'ARQS magnétique,  $\vec{rot} \vec{B} \equiv \mu_0 \cdot \vec{j}$ . Le théorème de Stokes nous permet de retrouver le théorème d'Ampère.

**Q11** (3pt) -

On détaillera :

- La courbe d'ampère, l'orientation de cette courbe

- Le calcul de la circulation le long de cette courbe
- Le calcul de l'intensité entrelacée

Pour retrouver  $\vec{B} = \mu_0 n \cdot i(t)$

**Q12** (2pt) -

$$u_{em} = \frac{B^2}{2 \cdot \mu_0} \text{ et } U_{em} = \iint u_{em} \cdot d\tau$$

Mais le champ étant uniforme à l'intérieur du solénoïde :  $U_{em} = \frac{B^2}{2 \cdot \mu_0} \iint d\tau$

La longueur du solénoïde est  $L = \frac{N}{n}$

$$\text{Ce qui donne } U_{em} = \frac{B^2}{2 \cdot \mu_0} \cdot \pi \cdot a^2 \cdot \frac{N}{n}$$

**Q13** (1.5pt) - Déterminer alors l'expression de  $L$  l'inductance associée à la bobine, en fonction de  $\mu_0$ ,  $N$ ,  $n$  et  $a$ . Effectuer l'application numérique.

En électrocinétique, l'énergie emmagasinée par une bobine a pour expression  $U_{em} =$

$$\frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2(t). \text{ Par identification, on obtient donc } L = \mu_0 \cdot n \cdot N \cdot \pi \cdot a^2$$

AN :  $L = 0,82 \text{ mH}$

#### All-2 Résistance du bobinage

**Q14** (0.5pt) -

$$d = N \cdot 2 \cdot \pi \cdot a = 15,7 \text{ m}$$

**Q15** (2pt) -

- Loi d'Ohm locale :  $\vec{j} = \gamma \cdot \vec{E}$

- Dans le cas statique,  $\vec{E} = -\text{grad}V$ . Entre les deux parties extrêmes du conducteur :

$$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_A^B \text{grad}V \cdot d\vec{l}$$

$$\int_A^B \frac{1}{\gamma} \vec{j} \cdot d\vec{l} = - \int_A^B dV$$

$$\frac{j}{\gamma} \cdot d = V_A - V_B, \text{ or } I = j \cdot S, \text{ ce qui donne } V_A - V_B = \frac{d}{\gamma \cdot S} \cdot I^2$$

Par identification à la loi d'Ohm,  $R = \frac{d}{\gamma \cdot S} = 555 \Omega$

On admet que cette expression de la résistance reste valable dans le cadre de l'ARQS magnétique.

#### All-3 Étude de l'aimant

**Q16** (2pt) -

On rappelle l'expression du moment cinétique  $\vec{L}_0 = \vec{OM} \wedge m \cdot \vec{v}$

Pour un mouvement circulaire, la vitesse a pour expression  $\vec{v} = \rho \cdot \omega \cdot \vec{e}_\theta$

Ce qui donne  $\vec{L}_0 = \vec{OM} \wedge m \cdot \vec{v} = \rho^2 \cdot \omega \cdot m \cdot \vec{e}_z$

Donc  $L_0 = \rho^2 \cdot \omega \cdot m_e$

**Q17** (2pt) -

L'électron traverse une section du conducteur une fois à chaque période  $T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$ , on a

$$\text{donc } I = \frac{-e}{T} = \left| \frac{-e \cdot \omega}{2 \cdot \pi} \right|$$

**Q18** (2pt) -

Le moment magnétique a pour expression  $\mathcal{M} = I \cdot S = I \cdot \rho^2$  avec  $\rho^2 = \frac{L_0}{\omega \cdot m_e}$  et  $I = \frac{e \cdot \omega}{2 \cdot \pi}$ ,

ce qui donne :

$$\mathcal{M} = \frac{e \cdot \omega}{2 \cdot \pi} \cdot \pi \cdot \frac{L_0}{\omega \cdot m_e} = \frac{e \cdot L_0}{2 \cdot m_e}$$

Donc  $\alpha = \frac{e}{2 \cdot m_e}$

**Q19** (1pt) -

On exploite la relation précédente pour en déduire  $\mu_B = \frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m_e}$ , le magnéton de Bohr

**Q20** (2pt) -

On peut supposer tous les dipôles magnétiques dans le même sens. Par principe de superposition, le champ magnétique créée par cette distribution sera la somme des champs créés par chacun des dipôles. Le moment magnétique de l'ensemble correspond lui à la somme des moments magnétiques atomiques :

$$\mathcal{M} = \mu_B \cdot p \cdot \pi \cdot a^2 \cdot d = \dots$$

#### All-4 Couplage aimant-corde

**Q21** (2pt) -

- L'aimant crée au niveau de la bobine un champ magnétique  $B_a = \frac{\mu_0 \cdot M_a}{2 \cdot \pi \cdot r^3}$
- L'élément de corde peut alors être modélisé par un dipôle magnétique de moment dipolaire  $M_c = \eta \cdot B_a = \eta \cdot \frac{\mu_0 \cdot M_a}{2 \cdot \pi \cdot r^3}$
- Cet élément de corde crée alors au niveau de la bobine un champ magnétique  $B' = \frac{\mu_0 \cdot M_c}{2 \cdot \pi \cdot r^3}$ , soit

$$B' = \frac{\mu_0^2 \cdot \eta}{4 \cdot \pi^2 \cdot r^6}$$

**Q22** (1pt) -

Par un développement limité au premier ordre en  $\frac{r_0}{y}$ , on obtient :

$$B' = \frac{\mu_0^2 \cdot \eta}{4 \cdot \pi^2 \cdot r_0^6 \cdot \left(1 + \frac{y}{r_0}\right)^6} \approx \frac{\mu_0^2 \cdot \eta}{4 \cdot \pi^2 \cdot r_0^6} \cdot \left(1 - \frac{6 \cdot y}{r_0}\right)$$

Donc  $B_0 = \frac{\mu_0^2 \cdot \eta}{4 \cdot \pi^2 \cdot r_0^6}$  et  $\beta = -\frac{6}{r_0}$

**Q23** (2pt) -

On calcule le flux de ce champ à travers l'ensemble des spires du solénoïde :  $\Phi = B' \cdot \pi \cdot a^2 \cdot N$

La fem induite est déduite de la loi de Faraday :  $e_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi \cdot a^2 \cdot N \cdot B_0 \cdot \beta \cdot \frac{\partial y(x_M, t)}{\partial t}$

**Q24** (1pt) -

Selon les harmoniques, on peut tomber sur des nœuds de vibration à certaines positions. Le fait d'avoir des microphones à différentes positions permettra de compenser ce problème.

**All-5 Étude électrique**

**Q25** (2pt) -

Le pont diviseur de tension donne :  $\underline{u} = \frac{R_a}{R_a + R + j \cdot L \cdot \omega} \cdot \underline{e}_{ind}$ , soit :

$$\underline{H} = \frac{R_a}{R_a + R + j \cdot L \cdot \omega}$$

**Q26** (2pt) -

La forme canonique  $\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_0}}$  correspond. Afin d'identifier la fonction obtenue à la forme canonique, on fait en sorte d'obtenir la partie réelle égale à 1 au dénominateur :

$$\underline{H} = \frac{\frac{1}{R_a + R}}{1 + j \cdot \frac{L}{R_a + R} \cdot \omega} \quad \text{Ce qui permet d'obtenir } H_0 = \frac{R_a}{R_a + R} \text{ et } \omega_0 = \frac{R_a + R}{L}$$

**Q27** (1pt) -

La fem induite étant proportionnelle à la vitesse de la corde, la fonction de transfert  $\underline{H}_1$  est donc adaptée à l'étude du comportement du microphone. Celui-ci se comporte donc comme un filtre passe-bas du premier ordre.

## CORRIGE CCP PC 2 2013

Corrigé proposé par Marc STRUBEL ([marc.strubel@wanadoo.fr](mailto:marc.strubel@wanadoo.fr)), relu par Nicole ADLOFF ([nicole.adloff0212@orange.fr](mailto:nicole.adloff0212@orange.fr)). Merci de nous faire part de vos remarques et commentaires !  
Ce corrigé est d'utilisation libre, à condition de citer la source ; il peut en particulier être distribué à vos élèves dès septembre 2013.

### Problème A : Thermique dans un réacteur à eau pressurisée :

A.1.1. 
$$\bar{\varphi}_V = \frac{P_{th}}{N.\pi.r_c^2.H} = \frac{P_e}{\eta.N.\pi.r_c^2.H} = 365W.cm^{-3}$$

A.1.2. Difficile de répondre, mais on attend sûrement :

$$\bar{\varphi}_S = \frac{P_{th}}{N.2\pi.r_c.H} = \frac{P_e}{\eta.N.2\pi.r_c.H} = 73W.cm^{-2}.$$

Cela n'est vrai qu'en régime stationnaire.

A.1.3.  $N_f = P_{th}.\Delta t / E_f = 4,2.10^{27}$  désintégrations.an<sup>-1</sup>.

A.2.1. 
$$dU = \rho.c.S.dx.dT,$$
  
dT étant la variation de température à x fixé, soit  $dT = \frac{\partial T}{\partial t}.dt$ .

A.2.2. Le premier principe s'écrit :

$$dU = \delta W + \delta Q$$

avec :

$$\begin{aligned} \delta W &= 0 \text{ ( phase condensée )} \\ \delta Q &= \varphi_S(x,t).S.dt - \varphi_S(x+dx,t).S.dt \end{aligned}$$

A.2.3. On ajoute alors aux termes précédents :

$$\delta Q' = \varphi_V(x,t).S.dx.dt.$$

A.2.4. Le premier principe donne :

$$\rho.c.dT = \left( -\frac{\partial \varphi_S}{\partial x} + \varphi_V \right).dt$$

A.2.5. La loi de Fourier s'écrit en toute généralité :

$$\vec{j}_Q = -\lambda.\overrightarrow{grad}T$$

, avec ici  $\vec{j}_Q = \varphi_S.\vec{u}_x$ , on a donc :

$$\varphi_S = -\lambda.\frac{\partial T}{\partial x}.$$

A.2.6. 
$$\rho.c.\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \varphi_V$$

A.3.1. En régime stationnaire (plutôt que permanent), T est indépendant de t.  
L'invariance par rotation permet de conclure que T est indépendant de  $\theta$ .  
Enfin, la conduction étant radiale, T est indépendant de z.  
Ainsi,  $T = T(r)$ , et l'équation de la chaleur s'écrit à z donné :

$$0 = \lambda_c \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \bar{\Phi}_V$$

A.3.2. on en déduit par intégration :

$$T(r) = T_0 - \frac{\bar{\Phi}_V}{4\lambda_c} \cdot r^2 \quad \text{et} \quad \boxed{\Delta T_{comb} = \frac{\bar{\Phi}_V}{4\lambda_c} \cdot r_c^2 = 400 \text{K.}}$$

A.3.3.1. Dans la gaine  $\Phi_V = 0$ , l'équation de la chaleur s'écrit alors :

$$0 = \lambda_c \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right).$$

On en déduit par intégration :

$$T(r) = \frac{T_p \ln(r/r_c) - T_g \ln(r/r_g)}{\ln(r_g/r_c)}$$

A.3.3.2. En régime stationnaire, la puissance produite dans le combustible est intégralement évacuée, soit :

$$\begin{aligned} \varphi_v(z) \cdot \pi \cdot r_c^2 \cdot H &= \varphi_S(r) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot H \\ \Leftrightarrow \bar{\Phi}_V \cdot r_c^2 &= \varphi_S(r) \cdot 2 \cdot r \end{aligned}$$

Dans la gaine, la loi de Fourier s'écrit, en projection sur  $\vec{u}_r$  :

$$\varphi_S(r) = -\lambda_g \frac{\partial T}{\partial r}$$

On déduit des deux équations précédentes :

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\bar{\Phi}_V}{\lambda_g} \cdot \frac{r_c^2}{2r}$$

La solution est :

$$T(r) = T_g - \frac{\bar{\Phi}_V}{\lambda_g} \cdot \frac{r_c^2}{2} \ln\left(\frac{r}{r_c}\right).$$

On en déduit :

$$\boxed{\Delta T_{gaine} = T_g - T_p = \frac{\bar{\Phi}_V}{\lambda_g} \cdot \frac{r_c^2}{2} \ln\left(\frac{r_g}{r_c}\right) = 28,0 \text{ K.}}$$

3.4. D'après la question 332 :

$$\varphi_S(r_c) = \frac{1}{2} \bar{\Phi}_V \cdot r_c$$

On en déduit :

$$\Delta T_{contact} = T_c - T_g = \frac{1}{2} \bar{\Phi}_V \cdot r_c \cdot R_{th} = 73,0 \text{ K}$$

$$3.5. \quad \Delta T_{conv} = T_p - T_f = \frac{\bar{\Phi}_S(r_g)}{\alpha} = -\frac{\lambda_g}{\alpha} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{gaine} = \frac{\bar{\Phi}_V \cdot r_c^2}{2 \cdot \alpha \cdot r_g} = 20 \text{ K}$$

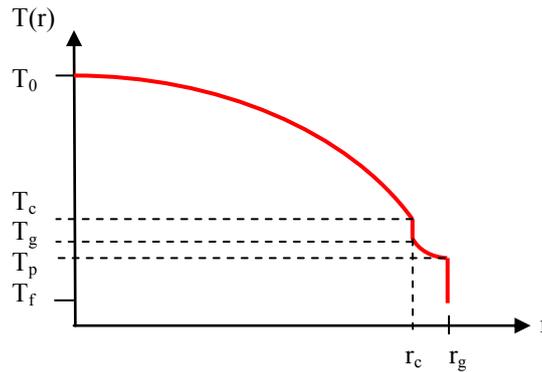
$$3.6. \quad \begin{aligned} \Delta T_{crayon} &= \Delta T_{comb} + \Delta T_{contact} + \Delta T_{gaine} + \Delta T_{conv} \\ &= 400 + 73 + 28 + 20 = 521 \text{ K.} \end{aligned}$$

Tous les écarts de température calculés précédemment sont proportionnels à  $\Phi_V$ , donc  $\Delta T_{crayon}$  également.

On calcule :

$$A = \frac{r_c^2}{4\lambda_c} + \frac{R_{th} \cdot r_c}{2} + \frac{r_c^2}{2\lambda_g} \ln\left(\frac{r_g}{r_c}\right) + \frac{r_c^2}{2\alpha r_g} = 1,43 \text{KW}^{-1} \cdot \text{cm}^3$$

3.7.



4.1. La puissance échangée à travers 4 quarts de crayon est égale à la puissance fournie par un crayon, donc :

$$\varphi_L(z) = \varphi_V(z) \cdot \pi \cdot r_c^2$$

4.2.

$$\delta Q = \varphi_L(z) \cdot dt \cdot dz$$

4.3.

$$\delta Q = dH = dh \cdot \rho dV = dh \cdot \rho \cdot S_p \cdot dz$$

On en déduit :

$$dh = \frac{\varphi_L(z) \cdot dt}{\rho \cdot S_p}$$

4.4. La hauteur élémentaire d'échange est pendant dt :  $dz = v \cdot dt$ .

On déduit de l'équation du 4.3 :

$$c_p \cdot v \cdot \frac{dT_f(z)}{dz} = \frac{\varphi_L(z)}{\rho \cdot S_p}$$

4.5. On déduit de 4.1. et 4.4. :

$$\frac{dT_f(z)}{dz} = \frac{\varphi_L(z)}{\rho \cdot S_p \cdot c_p \cdot v} = \frac{\pi^2 \cdot \bar{\varphi}_V \cdot r_c^2}{2 \cdot D_m \cdot c_p} \cdot \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

D'où :

$$T_f(z) = \frac{\pi \cdot H \cdot \bar{\varphi}_V \cdot r_c^2}{2 \cdot D_m \cdot c_p} \cdot \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right) + B$$

$$C = \frac{\pi \cdot H \cdot \bar{\varphi}_V \cdot r_c^2}{2 \cdot D_m \cdot c_p} = 24 \text{ K}$$

La condition  $T_f(-H/2) = T_{fe}$  permet de calculer :

$$B = \frac{\pi \cdot H \cdot \bar{\varphi}_V \cdot r_c^2}{2 \cdot D_m \cdot c_p} + T_{fe} = C + T_{fe}$$

4.6. D'après la question 3.6. :

$$T_0(z) = T_f(z) + A \cdot \varphi_V(z) = A \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \bar{\varphi}_V \cdot \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) + B + C \cdot \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right).$$

4.7. La condition  $\frac{dT_0(z)}{dz} = 0$  donne :

$$\begin{aligned}\tan\left(\frac{\pi z_{\max}}{H}\right) &= \frac{2.C}{\pi.A\bar{\varphi}_V} \\ \Leftrightarrow z_{\max} &= \frac{H}{\pi} \arctan\left(\frac{2.C}{\pi.A\bar{\varphi}_V}\right) \\ z_{\max} &= \frac{4,3}{\pi} \arctan\left(\frac{2 * 24}{\pi * 1,43.10^{-6} * 365.10^6}\right) = 0,04m \ll H\end{aligned}$$

Cela paraît logique.

On calcule :

$$T_0(z_{\max}) = 1134^\circ\text{C}.$$

On peut effectivement trouver de telles températures dans un barreau d'oxyde d'uranium.

## Problème B : Convertisseur tension-fréquence :

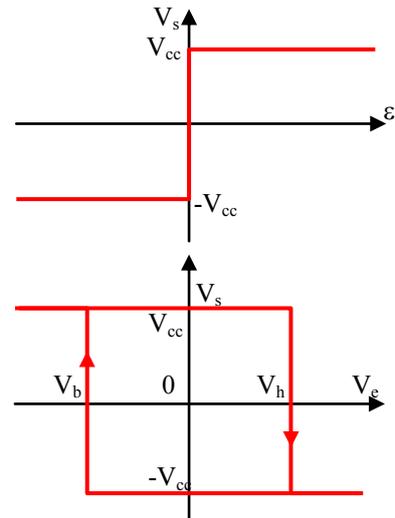
B.1.1. Si  $V^+ > V^-$  alors  $V_s = +V_{cc}$  B.1.2.

B.1.2.1. Si  $V_s = +V_{cc}$ ,  $V^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{cc} > V^- = V_e$ .

Si  $V^+ < V^-$  alors  $V_s = -V_{cc}$

Si  $V_s = -V_{cc}$ ,  $V^+ = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{cc} < V^- = V_e$ .

On pose  $V_h = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{cc} = -V_b$



B.1.3.1. Soit  $i_D$  le courant circulant dans la diode dans le sens anode  $\rightarrow$  cathode ( sens direct de la diode ), et donc également dans la résistance R.

Supposons la diode bloquée, alors  $i_D = 0$  ; on aurait alors  $V_{diode} = V_c = V_A = V_{cc} > 0$ .

C'est impossible, donc la diode est passante.

Je ne vois pas pourquoi un schéma équivalent serait plus éclairant.

B. 1.3.2.  $V_c$  est la tension aux bornes de la diode, donc :

$$V_c = 0.$$

Le condensateur C' est équivalent à un circuit ouvert en régime continu ; on reconnaît alors un diviseur de tension idéal :

$$V_c' = V^+ = V_h.$$

B.1.3.3.1. La tension aux bornes d'un condensateur est une fonction continue du temps, donc elles gardent donc les mêmes valeurs qu'à la question précédente :

$$V_c(0^+) = 0 ; V_c'(0^+) = V_h$$

B.1.3.3.2. On veut avoir :

$$V_A(0^+) = -V_{cc} \Leftrightarrow V^+(0^+) < V^-(0^+).$$

Or :

$$\begin{aligned} V^+(0^+) &= V_e(0^+) + V_c'(0^+) = E + V_h \\ V^-(0^+) &= V_c(0^+) = 0 \end{aligned}$$

On doit donc avoir :

$$E < -V_h.$$

B.1.3.3.3. La diode étant bloquée, on a :

$$V_A = -V_{cc} = V_c + R \cdot i(t) = V_c + RC \cdot dV_c/dt$$

On en déduit, avec la condition initiale :

$$V_c(0^+) = 0,$$

$$V_c(t) = -V_{cc}(1 - \exp(-t/\tau)) \text{ avec } \tau = RC.$$

1.3.3.4. La tension aux bornes de diode est  $V_c$  ; elle reste négative à tout instant, donc la diode est bloquée.

1.3.3.5. On peut se placer en régime permanent sinusoïdal pour utiliser le théorème de Millman :

$$V_M = V_c' + E = \frac{jC\omega E + \frac{V_A}{R_2}}{jC\omega + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{jC\omega E - \frac{V_{cc}}{R_2}}{jC\omega + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

On en déduit l'équation différentielle :

$$V_c'(t) + \tau' \frac{dV_c'(t)}{dt} = -V_h - E$$

La solution, avec la condition initiale :

$$V_c'(0^+) = V_h,$$

$$V_c'(t) = -V_h - E + (E + 2V_h) \exp(-t/\tau')$$

1.3.3.6.  $V^+(t) = E + V_c'(t) = -V_h + (E + 2V_h) \exp(-t/\tau')$ .

1.3.3.7.  $V_{-\infty} = V_{c\infty} = -V_{cc} < 0$  ;  $V_{+\infty} = -V_h = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{cc}$

donc :

$$V_{+\infty} - V_{-\infty} = V_{+\infty} - V_{c\infty} = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{cc} + V_{cc} = V_{cc} \frac{R_2}{R_1 + R_2} > 0,$$

qui correspond à un état haut de la sortie ; la sortie va donc rebasculer de  $-V_{cc}$  à  $+V_{cc}$ .

1.3.3.8.a. On suppose que la vitesse de charge de  $V_c'(t)$  est  $\frac{dV_c'(t)}{dt}$ .

On a donc :  $\frac{dV_c(t)}{dt} = -\frac{V_{cc}}{\tau}$  ;  $\frac{dV_c'(t)}{dt} = -\frac{E + 2V_h}{\tau'}$ , d'où :  $\left| \frac{dV_c(t)}{dt} \right| \ll \left| \frac{dV_c'(t)}{dt} \right|$

$V_c'(t)$  varie beaucoup plus rapidement que  $V_c(t)$ .

1.3.3.8.b. On va donc considérer que  $V_c'(t)$  atteint très rapidement sa valeur limite, soit :

$$V_c'(t) \cong V_c'(\infty) = -E - V_h.$$

On a alors :

$$\varepsilon(t) = V_+(t) - V_-(t) = V_+(t) - V_c(t) = E + V_c'(t) - V_c(t) = -V_h + V_{cc} (1 - \exp(-t/\tau))$$

$$\Leftrightarrow \varepsilon(t) = V_{cc} \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - e^{-t/\tau} \right).$$

1.3.3.8.c.  $\varepsilon(t)$  s'annule pour :

$$t = RC \cdot \ln(1 + R_1/R_2).$$

B.2.1. On suppose que l'AO fonctionne en régime linéaire :

$$V_B = -V_A \cdot R_4/R_3.$$

B.2.2.  $V_B = -V_A$ .

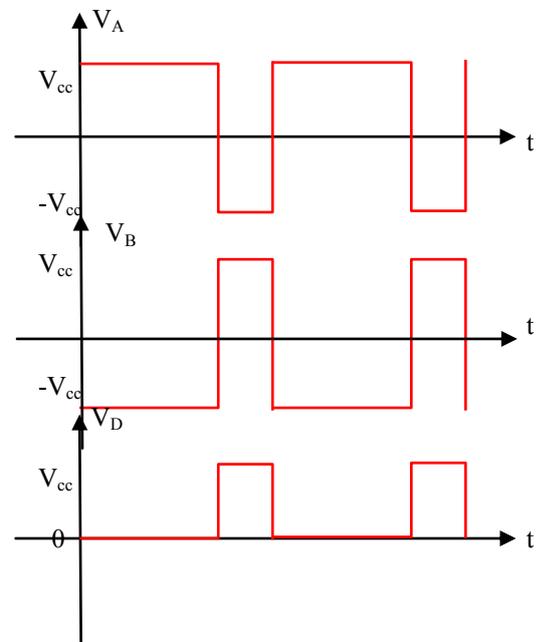
Lorsque  $V_B > 0$ , la diode  $D'$  est bloquée et  $V_D = V_B > 0$

Lorsque  $V_B < 0$ , la diode  $D'$  est passante et  $V_D = 0$ .

B.2.3.

$$\langle V_D \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T V_D(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_{T-\tau}^T V_{cc} \cdot dt = V_{cc} \cdot \frac{\tau}{T} = V_{cc} \cdot \tau \cdot f$$

B.2.4. La valeur moyenne de  $V_D(t)$  est sa composante continue, donc sa composante de pulsation nulle.



Si l'on veut éliminer toutes les fréquences supérieures, on doit réaliser un filtrage passe-bas.

On aura alors :

$$k = V_{cc} \cdot \tau.$$

La fréquence de coupure du filtre utilisé doit être inférieure à la fréquence fondamentale  $f$ .

B.3.1. Là encore l'AO fonctionne en régime linéaire :

$$V_- = V_s.$$

On nomme A le nœud entre les résistances  $R_5$  et  $R_6$ .

Le théorème de Millmann appliqué à l'entrée non-inverseuse s'écrit :

$$V_+ = \frac{V_A / R_6}{jC_6\omega + 1/R_6} \Leftrightarrow V_A = V_s (1 + jR_6C_6\omega)$$

Le théorème de Millmann appliqué en A s'écrit :

$$V_A = \frac{jC_5\omega V_s + V_D / R_5 + V_s / R_6}{jC_5\omega + 1/R_5 + 1/R_6}$$

B.3.2. Après calculs, on obtient bien la forme proposée avec :

$$H_0 = 1 ; \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_5R_6C_5C_6}} ; Q = \frac{\sqrt{R_5R_6C_5C_6}}{(R_5 + R_6)C_6}.$$

B.3.3. Il s'agit d'un filtre passe-bas du second ordre. En effet :

- pour  $\omega \ll \omega_0$  :  $H \cong H_0$  ;
- pour  $\omega \gg \omega_0$  :  $H \cong 0$ .

B.3.4. On calcule :

$$\frac{1}{|H(j\omega)|} = \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2 = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 + \left(\frac{1}{Q^2} - 2\right)\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$$

On doit donc réaliser :

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

B.3.5. On alors :

$$H(j\omega) = \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + j\sqrt{2}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}$$

$$\varphi(j\omega) = \text{Arg}(H) = -\frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\frac{\sqrt{2}\omega}{\omega_0}}\right).$$