# Réduction des endomorphismes

**I.** Eléments propres

**1)** Valeurs propres d'un endomorphisme

- Définition.
- Exemples.
- Lien avec les espaces stables de dimension 1.

**2)** Espaces propres d'un endomorphisme

- Définition.
- Les espaces propres sont en somme directe.

**3)** Eléments propres d'une matrice

- Analogue aux endomorphismes.
- Lien entre les éléments propres d'un endomorphisme et ceux de sa matrice représentative dans une base.

**II.** Polynôme caractéristique

**1)** Généralités

- Définitions pour un endomorphisme, une matrice. Lien entre les deux.
- Deux matrices semblables ont même polynôme caractéristique.

**2)** Lien avec les valeurs propres

- Les valeurs propres sont les racines du polynôme caractéristique.
- Distinction spectre réel, spectre complexe pour une matrice réelle.

**3)** Expression du polynôme caractéristique

- Expression développée, 3 coefficients sont connus.
- Conséquences.

**4)** Multiplicité d'une valeur propre

- Définition.
- Expression factorisée du polynôme caractéristique. Expression de la trace, du déterminant en fonction des valeurs propres.
- Inégalité avec la dimension de l'espace propre associé.

**III.** Diagonalisation

**1)** Endomorphismes diagonalisables

- Définition et caractérisations.
- Cas des endomorphismes possédant $n$ valeurs propres distinctes.

**2)** Matrices diagonalisables

- Analogue aux endomorphismes.
- Exemples : matrices à paramètres, matrices de petit rang, matrices par blocs.

**3)** Diagonalisation

**IV.** Applications de la diagonalisation

**1)** Calcul de puissance

**2)** Résolution d'équations matricielles

**3)** Similitude des matrices

**4)** Calcul de trace, rang, déterminant

**5)** Résolution de suites récurrentes linéaires d'ordre $p$, $p \geq 3$

- Uniquement lorsque l'équation caractéristique admet $p$ racines distinctes.

**V.** Trigonalisation

**1)** Généralités

- Définition.
- Equivalence entre $M$ trigonalisable et $\chi_M$ scindé.
- Trigonalisation concrète.

**2)** Applications

- Essentiellement les mêmes que pour la diagonalisation