Mines 2011, épreuve physique1 PC

Ce corrigé est proposé par S Mensch (severine.mensch@wanadoo.fr), si vous détectez une erreur merci de me le signaler pour qu'elle soit corrigée dans les prochaines éditions du DVD. En italique, mes remarques sur le texte et son (in)adéquation au programme.

I Les premiers avions

1. Débit d'air plus important sur l'extrados que sur l'intrados+th de Bernoulli→pression sur l'extrados plus faible que sur l'intrados→portance dirigée vers le haut qui s'oppose au poids.
2. La portance compense le poids $F_P = C_P(0)\frac{\mu V^2}{2}S = mg$ d'où $\boxed{C_P(0) = \frac{2mg}{\mu V^2 S}}$

   AN : $C_P(0) = 0{,}85$
3. La puissance du moteur compense la puissance développée par la trainée totale (vol à vitesse constante), d'où $P = F_{t,totale}v = \frac{3}{2}F_t v$ et $\boxed{F_t = \frac{2P}{3v}}$

   AN : $F_t = 2{,}16\ 10^4 N$

   et $\boxed{C_t(0) = \frac{2}{\mu V^2 S}\ F_t}$ AN $C_t(0) = 0{,}10$
4. Le débit massique calculé à l'entrée sur la section S est $\boxed{D_m = \mu v S = \mu v h L}$
5. A la sortie ce débit vaut $D_m = \mu v' S' = \mu v' h' L$ avec $h' = \frac{h}{\cos(\alpha)}$ d'où $\boxed{v' = v\cos(\alpha)}$
6. Bilan de quantité de mouvement entre t et t+dt, *plutôt sur le système fermé (conformément au programme…)* défini à l'instant t par le volume compris entre S et S' :

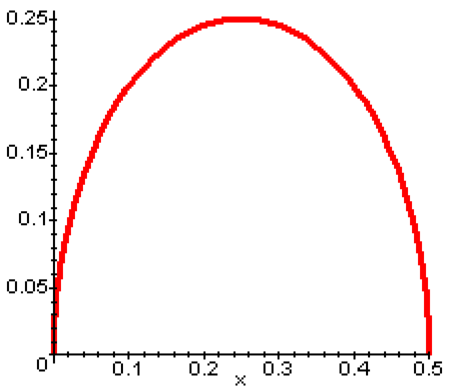
   $\Delta\vec{p} = D_m dt(\vec{v'} - \vec{v}) = \overrightarrow{F_{a/e}}dt$ en projection sur les axes x et y, en tenant compte de 5) on obtient $\overrightarrow{F_{a/e}} = -\mu V^2 S\sin\alpha(\sin\alpha\overrightarrow{e_x} + \cos\alpha\overrightarrow{e_y})$ soit encore $\boxed{\overrightarrow{F_{a/e}} = -\mu V^2 S\sin\alpha\vec{n}}$ où $\vec{n}$ est le vecteur normal à l'aile (on vérifie l'hypothèse d'absence de frottements)
7. Loi d'action et de réaction

   $\overrightarrow{F_{e/a}} = -\overrightarrow{F_{a/e}} = \mu V^2 hL\sin\alpha(\sin\alpha\overrightarrow{e_x} + \cos\alpha\overrightarrow{e_y}) = \mu V^2 lL\lambda\sin\alpha(\sin\alpha\overrightarrow{e_x} + \cos\alpha\overrightarrow{e_y})$

   d'où par identification $\boxed{C_x = 2\lambda\sin^2\alpha}$ et $\boxed{C_y = 2\lambda\sin\alpha\cos\alpha}$
8. On obtient la relation demandée en éliminant α avec $\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha = 1$ donc

   $(1 - \frac{C_x}{2\lambda})^2 + (\frac{C_y}{\lambda})^2 = 1$ ou encore $\boxed{C_y = \sqrt{-C_x^{\ 2} + 2\lambda C_x}}$

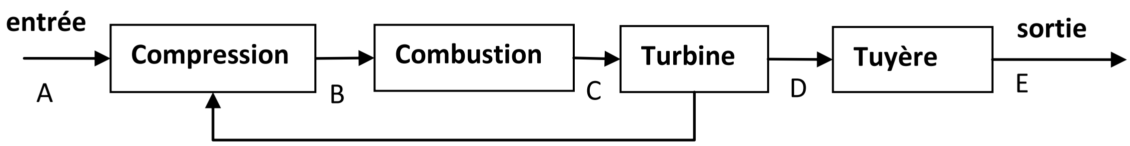
   L'allure de la polaire est donc la suivante (cas où λ=0,5)



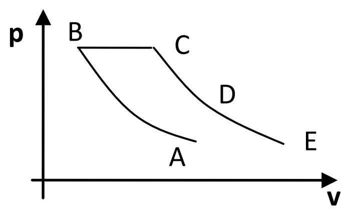
9. $\overrightarrow{F_p}$ est la composante de $\overrightarrow{F_{e/a}}$ sur Oy donc $\overrightarrow{F_p} = \mu V^2 S sin\alpha cos\alpha \overrightarrow{e_y}$ et $C_p = 2 sin\alpha cos\alpha$: on a bien un comportement linéaire pour les petits angles $C_p \approx 2\alpha$, et une fonction décroissante à partir de $\alpha_c = \pi/4$
10. Pour augmenter la portance il faut s'approcher de $\alpha_c = \pi/4$ (?) le coefficient de traînée est donné par la composante sur Ox de $\overrightarrow{F_{e/a}}$ et vaut donc $C_t = 2sin^2\alpha$, il augmente jusqu'à $\alpha = \pi/2$...
11. Pour perdre de l'altitude il faut diminuer la portance, donc diminuer l'angle α, ce qui est l'un des objectifs de l'ouverture des volets sur les ailes.

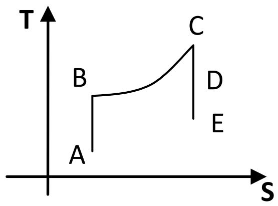
II La propulsion des avions contemporains

12.



.





En supposant que les compressions (AB) et les détentes (CDE) sont adiabatiques *(ce qui n'est pas précisé dans le texte...)*

13. loi de Laplace entre A et B : $P_0^{1-\gamma} T_0^{\gamma} = P_1^{1-\gamma} T_1^{\gamma}$ d'où $\boxed{T_1 = T_0 \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$

    AN $T_1 = 464K = 191°c$

    la puissance absorbée par le compresseur est alors donnée par le premier principe dans le cas d'un écoulement permanent *(démonstration non demandée ? hypothèse permanent non explicite ...)* par $\boxed{P_C = D_m \Delta h_{AB} = D_m C_P (T_1 - T_0)}$

    AN $P_C = 11{,}1MW$
14. dans la chambre de combustion le premier principe s'écrit

    $D_m \Delta h_{BC} = D_m C_P (T_2 - T_1) = q D_C$ où D_C est le débit de carburant *(pouvoir calorifique non défini...)*

    d'où $\boxed{D_C = \frac{D_m C_P (T_2 - T_1)}{q}}$ AN $D_c = 1kg/s$, ce débit est bien négligeable devant D_m ce qui légitime l'approximation faite.

15. La puissance récupérée par la turbine permet de faire fonctionner le compresseur, ce qui s'écrit si on néglige les pertes $D_m \Delta h_{AB} = -D_m \Delta h_{CD}$ donc $T_1 - T_0 = T_2 - T_3$ d'où

$\boxed{T_3 = T_2 + T_0 - T_1}$ AN $T_3 = 962K = 689°c$

La pression est alors donnée par la loi de Laplace entre C et D : $P_3^{1-\gamma} T_3^{\gamma} = P_2^{1-\gamma} T_2^{\gamma}$ soit

$\boxed{P_3 = P_2 \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}}$ AN : $P_3 = 2{,}8bar$

16. Entre D et E la loi de Laplace s'applique encore $P_3^{1-\gamma} T_3^{\gamma} = P_4^{1-\gamma} T_4^{\gamma}$ et $\boxed{T_4 = T_3 \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$

AN $T_4 = 717K = 444°c$

17. Dans la tuyère adiabatique le premier principe s'écrit $e_c + h = cste$ d'où entre les points D et E $\frac{1}{2} v_{s,t}^2 + C_P T_4 = C_P T_3$ en négligeant l'énergie cinétique à l'entrée.

D'où $\boxed{v_{s,t} = \sqrt{2C_P(T_3 - T_4)}}$ AN $v_{s,t} = 700m/s$

La poussée est alors donnée par $\boxed{\Pi = D_m v_{s,t}}$ *(fallait-il le démontrer ?)* AN $\Pi = 45{,}5kW$

III Le guidage des avions : l'altimètre

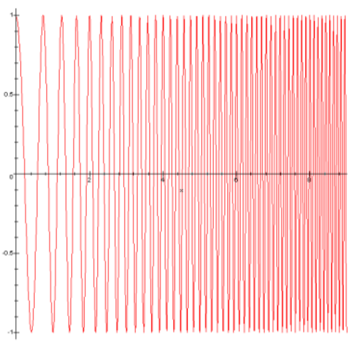
18. $\boxed{f_s(t) = f_o + \frac{\delta f}{t_o} t}$ avec $t<t_o$

19. $\theta(t) = 2\pi \int_0^t f_s(t')dt' = 2\pi \int_0^t \left(f_o + \frac{\delta f}{t_o} t'\right) dt' = 2\pi\left(f_o t + \frac{\delta f}{2t_o} t^2\right)$

soit $\theta(t) = \omega_o t + \omega_o \omega_1 t^2$

et $\boxed{s(t) = A\cos(\omega_o t + \omega_o \omega_1 t^2)}$

avec les valeurs numériques proposées $s(t) = A\cos\left[2\pi 10^{10}\left(t + \frac{t^2}{2}\right)\right]$ d'où l'allure de la courbe (échelle non respectée)



20. τ est le temps que met le signal à faire l'aller retour donc $\boxed{\tau = 2z/c}$, le coefficient a correspond à l'atténuation liée à la propagation dans l'atmosphère.

AN : τ=2 10^{-5}s à 3000m

21. $n(t) = ks(t)r(t) = kA^2 a\cos(\omega_o t + \omega_o \omega_1 t^2)\cos\left(\omega_o(t-\tau) + \omega_o \omega_1 (t-\tau)^2\right)$

$$n(t) = \frac{kA^2 a}{2}[\cos(\omega_o t + \omega_o \omega_1 t^2 + \omega_o(t-\tau) + \omega_o \omega_1 (t-\tau)^2) + \cos(\omega_o t + \omega_o \omega_1 t^2 - \omega_o(t-\tau) - \omega_o \omega_1 (t-\tau)^2)]$$

$$n(t) = \frac{kA^2 a}{2}[\cos(\omega_o\tau + 2\tau\omega_o\omega_1 t - \omega_o\omega_1\tau^2)$$
$$+ \cos((2\omega_o - 2\omega_o\omega_1\tau)t + 2\omega_o\omega_1 t^2 - \omega_o\tau + \omega_o\omega_1\tau^2)]$$

dans le premier terme on a une fréquence instantanée fixe $\boxed{f_1 = \frac{2\tau\omega_0\omega_1}{2\pi} = \frac{\tau\delta f}{t_0}}$

Et dans le second une fréquence instantanée variable
$f_2(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\theta_2}{dt} = \frac{2\omega_0 - 2\omega_0\omega_1\tau + 4\omega_0\omega_1 t}{2\pi} = \boxed{2f_0 + \frac{\delta f}{t_0}(t-\tau) = f_2}$

22. Avec $\delta f \ll f_o$ et $\tau \ll t_o$ on peut approximer $f_1 = \frac{\tau\delta f}{t_0}$ et $f_2 = 2f_0$, avec $f_2 \gg f_1$. L'information sur z est contenue dans f_1, il suffit alors de placer un filtre passe bas pour ne récupérer que f_1.
23. Avec les valeurs numériques proposées, le filtre recherché doit permettre de couper $f_2=2.10^4$MHz et de conserver $f_1 \leq 1$MHz
Filtre 1 : passe bas d'ordre 1, $\omega_{c1}=10^3 rads^{-1}$: fréquence de coupure trop basse
Filtre 2 : avec des valeurs numériques très improbables, passe bas d'ordre 1, $\omega_{c2}=10^3 rads^{-1}$: fréquence de coupure trop basse
Filtre 3 : passe bande, $\omega_3 = \sqrt{\frac{1}{L_3C_3}} = 10^3 rad\ s^{-1}$ et $Q_3 = R_3\sqrt{\frac{C_3}{L_3}} = 10^3$: filtre très sélectif, qui ne peut convenir car la fréquence f_1 n'est pas connue, c'est ce qu'on cherche à mesurer.
Filtre 4 : filtre passe haut d'ordre 2, $\omega_4 = \sqrt{\frac{1}{L_4C_4}} = 10^{4,5} = 3{,}2\ 10^4 rad\ s^{-1}$ et
$Q_4 = \frac{1}{R_4}\sqrt{\frac{L_4}{C_4}} = 10^{1,5} = 32$ ne convient pas du tout
Filtre 5 : filtre passe bas d'ordre 2, $\omega_5 = \frac{1}{R_5C_5} = 10^3 rad\ s^{-1}$ et $Q_5 = 1/3$: la fréquence de coupure est trop basse
Filtre 6 : filtre passe bas d'ordre 2 $\omega_6 = \frac{1}{R_6\sqrt{C_{61}C_{62}}} = 10^8 rad\ s^{-1}$ et $Q = \frac{\sqrt{C_1C_2}}{C_1+C_2} = 0{,}2$: ce filtre là convient.