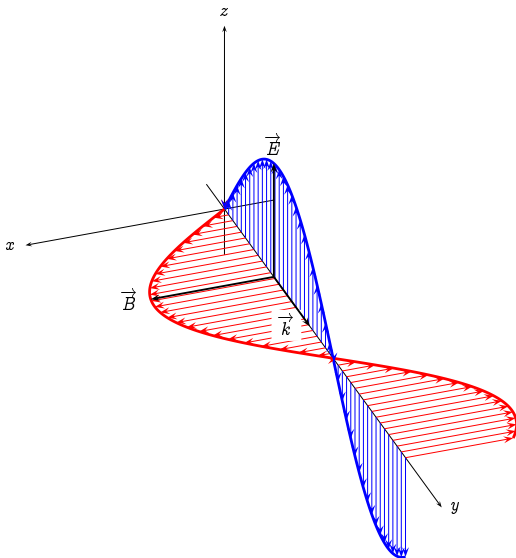


1 Modèle scalaire de la lumière

1.1 Vibration et éclairement

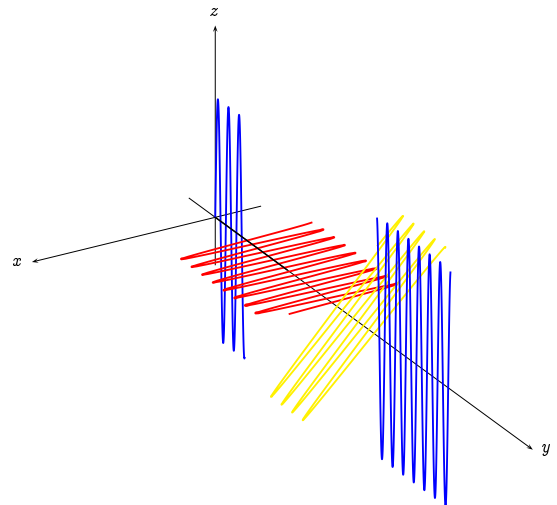
OEM plane

On considère une onde transversale se propageant selon la direction Oy . On obtient alors un couple (\vec{E}, \vec{B}) associé à cette onde.



Source lumineuse

On considère une source lumineuse monochromatique (de fréquence donc de couleur "unique"), constituée en fait d'une grande quantité "d'émetteurs" correspondant aux particules. On observe donc une succession de trains d'ondes, avec différents états de polarisation.



On s'aperçoit que l'on ne peut pas définir de direction de polarisation de l'onde, cette caractéristique changeant à chaque train d'onde.

Il sera donc judicieux de caractériser l'onde par une grandeur scalaire.

vibration lumineuse

Une source monochromatique sera caractérisée par la vibration lumineuse au niveau de la source

$$s(t) = S_0 \cdot \cos(\omega t - \varphi_0), \text{ ou sa représentation complexe : } \underline{s} = S_0 \cdot e^{(j \cdot \omega t + \varphi_0)}$$

Elle engendre en un point M de l'espace une vibration

$$\underline{s}(M, t) = S(M) \cdot e^{(j \cdot \omega t - \varphi(M))}$$

Éclairément

L'intensité lumineuse correspond au carré de la valeur quadratique de la vibration

$$\mathcal{E} = \langle s^2 \rangle = \alpha \cdot \underline{s} \cdot \underline{s}^*$$

On parlera également d'intensité lumineuse

- On prendra le plus souvent $\alpha = 1$ afin de caractériser l'éclairement.
- Les détecteur (œil, capteur photosensible...) sont sensible à l'éclairement.

1.2 Longueur d'onde dans le vide

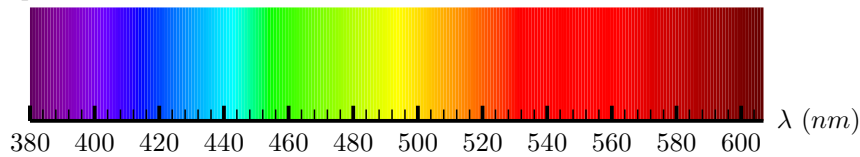
Longueur d'onde dans le vide

La vibration lumineuse se propageant à la vitesse $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ dans le vide, la longueur d'onde λ_0 associée à cette vibration a pour expression

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$$

Longueur d'onde : distance au bout de laquelle on retrouve l'état de vibration identique, à un instant t

Spectre de la lumière :



1.3 Milieu de propagation

On considère une vibration de fréquence ν

indice du milieu

Dans un milieu transparent linéaire et isotrope d'indice n , la vibration, de longueur d'onde λ_0 dans le vide, se propage dans le milieu à une vitesse v telle que

$$n(\lambda_0) = \frac{c}{v}$$

Selon la loi empirique de Cauchy, $n(\lambda_0) = A + \frac{B}{\lambda_0^2}$ avec A et B constantes

1.4 Vibration en un point M

S : Point de l'espace où se trouve une source monochromatique supposée ponctuelle avec une vibration $S_0.e^{j.(\omega.t+\varphi_0)}$

M : Point de l'espace où on caractérise la vibration.

1.4.1 Dans un milieu homogène

Pour un milieu d'indice n , la vitesse de propagation est $v = \frac{c}{n}$. On observera donc en M les vibrations émises par S avec

un retard $\tau = \frac{SM}{v} = \frac{SM.n}{c}$.

La vibration en M s'écrira donc $\underline{s}(M, t) = S_0.e^{j.(\omega.(t-\tau)+\varphi_0)}$

L'état d'une vibration issue d'une source monochromatique S supposée ponctuelle, en M , s'écrit

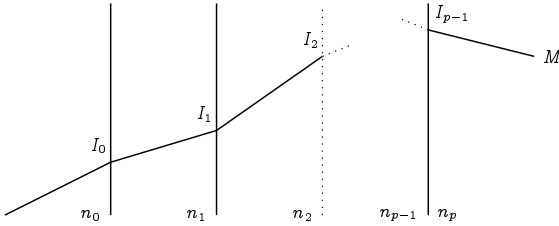
$$\underline{s}(M, t) = S_0.e^{j.\left(\omega.t - \frac{2.\pi.n.SM}{\lambda_0} + \varphi_0\right)}$$

1.4.2 Successions de milieux homogènes

Continuité de la phase

La phase d'une onde lumineuse est continue au passage d'un dioptre, par réfraction

NB : Une réflexion entrainera une discontinuité d'une valeur $\pm\pi$ de la phase de la vibration.



Le retard avec lequel on perçoit la vibration en M s'écrit donc, puisqu'aucun retard n'est engendré par la traversée des dioptres :

$$\tau = \sum_i \frac{n_i \cdot L_i}{c}$$

avec L_i la distance parcourue dans le milieu d'indice n_i

1.4.3 Milieu quelconque

Chemin optique

Le chemin optique (SM) entre la source S et le point M correspond à la distance qu'aurait parcouru l'onde dans le vide pendant une durée équivalente à celle mise réellement pour parcourir le chemin réel dans le milieu.

$$(SM) = \int_{P \in \Gamma} n_{(P)} \cdot dl$$

avec Γ le chemin parcouru

- Pour un milieu continu : $(SM) = n \cdot SM$
- Pour un chemin virtuel, on compte négativement le chemin optique et on affecte l'indice de l'extérieur.

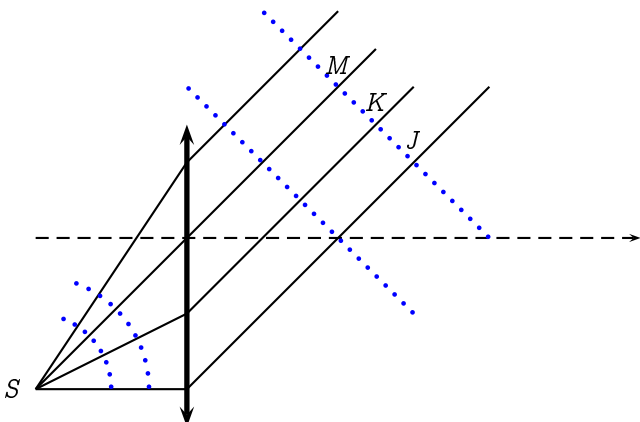
1.5 Surfaces d'onde

Surface d'onde

La surface d'onde correspond à l'ensemble des points de l'espace séparés du même chemin optique de la source.

Théorème de Malus

Les surfaces d'ondes sont orthogonales en tout point aux rayons lumineux issus d'une même source (n'ayant pas subi de phénomène de diffraction)



Exemple : Pour un objet situé dans le plan focal objet d'une lentille, l'onde est

- Sphérique avant la lentille
- Plane ensuite

D'après les définitions précédentes :

$$(SM) = (SJ) = (SK)$$

1.6 Déphasages particuliers

1.6.1 Réflexion vitreuse

On rappelle qu'en incidence normale, $\rho = \frac{E_r}{E_i} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$.

- Si $n_2 > n_1$, alors $\arg(\rho) = \arg(E_r) - \arg(E_i) = \pi$

- Si $n_2 < n_1$, alors $\arg(\rho) = \arg(E_r) - \arg(E_i) = 0$

On admet la généralisation quelque soit l'incidence.

Lors d'une réflexion sur un dioptre tel que $n_1 < n_2$, la réflexion entraîne un déphasage de $\varphi_{refl} = \pi$ pour la vibration

1.6.2 Réflexion sur un conducteur parfait

On rappelle qu'en incidence normale : $\underline{E}_i + \underline{E}_r = 0$ si le métal est parfait.

La réflexion métallique entraîne un déphasage $\varphi_{refl} = \pi$ pour la vibration

1.7 Vibration en M

Vibration en M

La vibration de l'onde lumineuse en M s'écrit

$$\underline{s}(M, t) = S_0 \cdot e^{j(\omega \cdot t - \varphi(M) + \varphi_0 + \varphi_{refl})} \text{ avec } \varphi(M) - \varphi_0 = \frac{2 \cdot \pi(SM)}{\lambda_0}$$

2 Cohérence des sources

2.1 Mécanisme microscopique

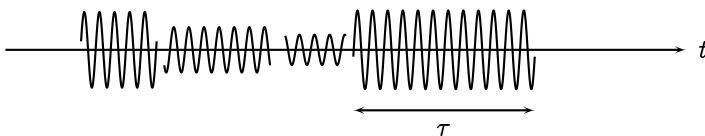
L'émission lumineuse est un mécanisme complexe correspondant à l'excitation des atomes, ions ou molécules, chacun émettant alors une vibration lumineuse.

Vu d'un point M , cette vibration peut être vu sous deux aspects

Aspect temporel

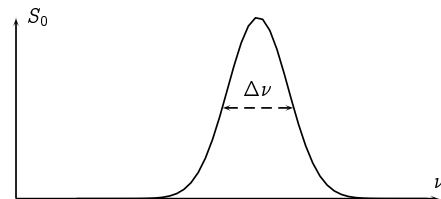
Les émissions se font toutes avec la même fréquence, mais de manière aléatoire et sur des durées très courtes ($\tau \equiv 10^{-8}$ s).

On ne peut donc pas définir clairement d'amplitude, de phase à un instant t .



Aspect spectral

Le fait que l'onde ne soit pas harmonique mais corresponde à une succession d'impulsions permet de considérer ce phénomène comme un paquet d'ondes ayant donc une largeur spectrale (Transformée de Fourier)



On associe à la durée du train d'onde τ une largeur spectrale $\Delta \nu$ autour de la fréquence ν d'émission.

Ces grandeurs sont reliées par une relation de la forme

$$\tau \cdot \Delta \nu \equiv 1$$

2.2 Source "ponctuelle"

Une source est considérée comme ponctuelle à l'échelle macroscopique si elle correspond à un volume élémentaire $d\tau$ à l'échelle mésoscopique. Elle est donc formée d'un nombre très élevé de sources microscopiques.

Toutes ces sources microscopiques émettent des trains d'onde sans aucune relations entre eux.

$$\underline{s}_{tot} = \sum_{i=1}^N e^{j\omega \cdot t} \cdot e^{j\varphi_i}$$

$$I_{tot} = \frac{1}{2} \underline{s}_{tot} \cdot \underline{s}_{tot}^* = \sum_{i=1}^N S_0 \cdot e^{j\omega \cdot t} \cdot e^{j\varphi_i} \cdot \sum_{k=1}^N S_0 \cdot e^{-j\omega \cdot t} \cdot e^{-j\varphi_k} = S_0^2 \cdot \sum_{i=1}^N e^{j\varphi_i} \cdot \sum_{k=1}^N e^{-j\varphi_k}$$

Or $\sum_{i=1}^N e^{j\varphi_i} \cdot \sum_{k=1}^N e^{-j\varphi_k} = 1$ donc

$$I_{tot} = \frac{1}{2} \cdot N \cdot S_0^2 + S_0^2 \cdot \sum_{i=1}^N \cdot \sum_{k < i}^N \cos(\varphi_i - \varphi_k)$$

Cela revient donc à effectuer une somme d'un nombre très élevé de valeurs de cosinus d'arguments aléatoires. Cette fonction

ayant une valeur moyenne nulle, il est donc logique d'obtenir 0 pour cette somme. Il reste donc $I_{tot} = \frac{1}{2} \cdot N \cdot S_0^2$

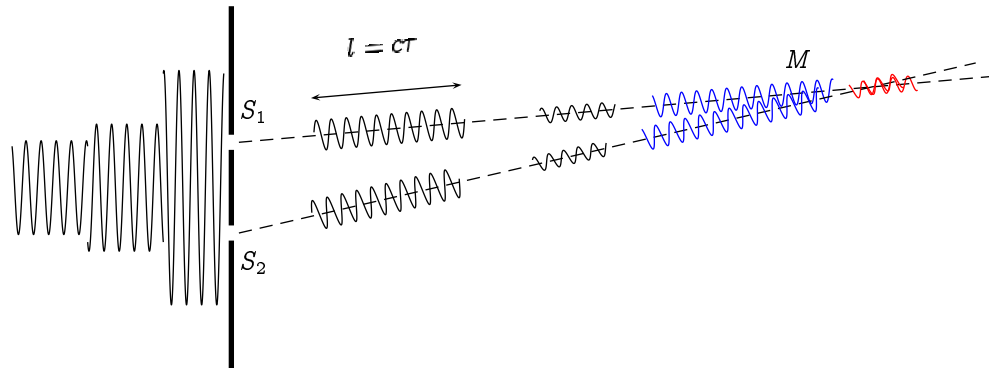
Modèle de la source ponctuelle

On admet que l'intensité de cette source supposée ponctuelle correspond à la somme des intensités de chacune des sources microscopiques, qu'elle soit ou non monochromatique. Une source est donc globalement incohérente.

2.3 Sources corrélées

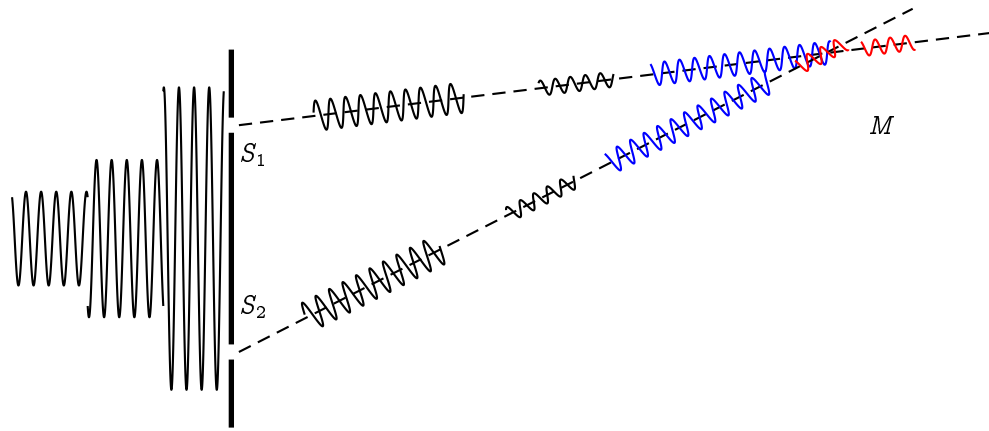
Sources Corrélées

Deux sources sont dites corrélées si elles émettent des trains d'onde de manière synchrone. Les trains d'onde sont donc en phase à l'émission



Interférence en M

Lorsque les deux sources sont corrélées, les trains d'ondes arrivant en M ont été émis par les sources de manière synchrone et sont susceptibles d'interférer. L'intensité résultante comporte alors un terme d'interférence



Si les chemins optiques (S_1M) et (S_2M) sont trop différents, les vibrations lumineuses arrivant en M à l'instant t peuvent ne pas correspondre au même train d'onde émis de manière synchrone au niveau de la source

■ Décorrélation des sources : Pour un point M correspondant à des chemins optiques trop différents entre M et les deux sources, celles-ci peuvent être décorrélées.

Longueur de cohérence

La longueur de cohérence d'un train d'onde de durée τ_c se propageant dans le vide est

l_c telle que

$$l_c = c \cdot \tau_c$$

1 Deux sources ponctuelles corrélées de même fréquence

Nous verrons plus tard comment obtenir deux sources supposées ponctuelle corrélées. On considère pour l'instant :

- S_1 émettant une vibration $\underline{s}_1(S_1, t) = S_1 \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi_{01})}$
- S_2 émettant une vibration $\underline{s}_2(S_2, t) = S_2 \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi_{02})}$

1.1 Intensité lumineuse

La vibration résultante en M est alors $\underline{s}(M, t) = \underline{s}_1(M, t) + \underline{s}_2(M, t)$

$$\underline{s}(M, t) = S_1 \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi \cdot (S_1 M)}{\lambda_0} + \varphi_{01})} + S_2 \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi \cdot (S_2 M)}{\lambda_0} + \varphi_{02})}$$

$$\underline{s}(M, t) = e^{j \cdot (\omega \cdot t)} \cdot \left[S_1 \cdot e^{j \cdot (\varphi_{01} - \frac{2 \cdot \pi \cdot (S_1 M)}{\lambda_0})} + S_2 \cdot e^{j \cdot (\varphi_{02} - \frac{2 \cdot \pi \cdot (S_2 M)}{\lambda_0})} \right]$$

On en déduit l'intensité lumineuse en M : $I(M, t) = \frac{1}{2} \cdot \underline{s} \cdot \underline{s}^*$

Par développement, on obtient l'expression de $I(M, t)$.

Pour des sources synchrones : $\varphi_{01} = \varphi_{02}$

Éclairement

Pour deux sources S_1 et S_2 corrélées et synchrones,

$$\mathcal{E}(M, t) = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2 \cdot \sqrt{\mathcal{E}_1 \cdot \mathcal{E}_2} \cdot \cos \psi_{1/2}$$

avec la différence de marche

$$\delta(M) = (S_2 M) - (S_1 M) \text{ et } \psi_{1/2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \delta(M)}{\lambda_0}$$

Le déphasage d'une vibration par rapport à l'autre en M , $\psi_{1/2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \delta(M)}{\lambda_0}$.

L'éclairement est susceptible de varier entre deux valeurs extrêmes $\begin{cases} \mathcal{E}_M = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \sqrt{\mathcal{E}_1 \cdot \mathcal{E}_2} \\ \mathcal{E}_m = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - \sqrt{\mathcal{E}_1 \cdot \mathcal{E}_2} \end{cases}$

Facteur de contraste

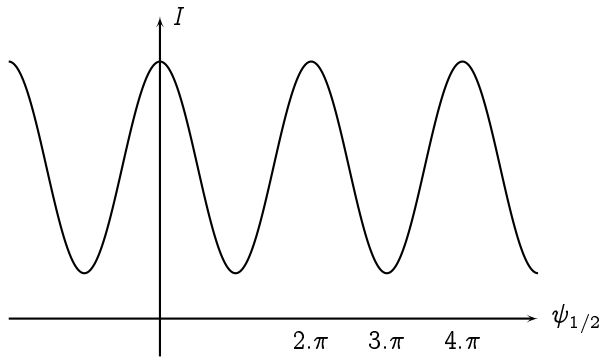
On décrit la visibilité des figures d'interférence par le facteur

$$C = \frac{\mathcal{E}_M - \mathcal{E}_m}{\mathcal{E}_M + \mathcal{E}_m}$$

Le facteur de contraste sera donc nul lorsqu'il ny aura plus de différence entre frange brillante et sombre

1.2 Franges brillantes et sombres

L'intensité varie donc avec la différence de marche (ou de phase) des rayons issus des deux sources, interférant en M



Franges et déphasage

Soit $n \in \mathbb{N}$

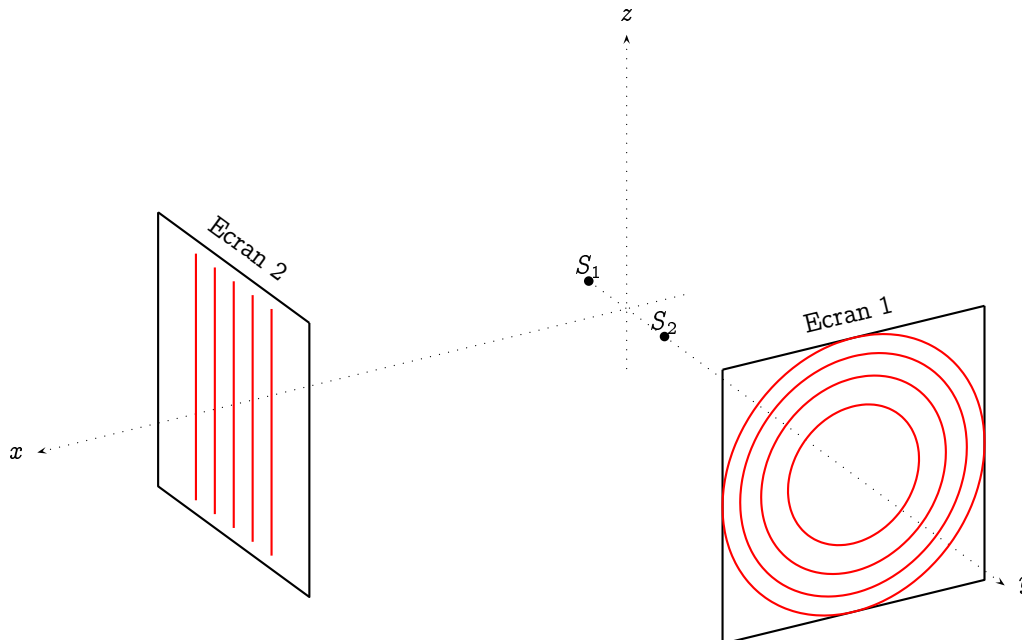
- Franges brillantes si $\psi_{1/2} = n.2\pi$
- Franges sombres si $\psi_{1/2} = (2.n + 1).\pi$

Ordre d'interférence

Soit $p = \frac{\delta}{\lambda_0}$ l'ordre d'interférence.

Lorsque l'ordre d'interférence est une valeur entière, l'intensité est maximum.

1.3 Deux cas de figures d'interférences



Sur l'écran 1

Oy étant un axe de symétrie pour le système étudié, les figures d'interférence seront donc invariantes par rotation autour de cet axe.

Les figures d'interférence sur l'écran 1 sont donc nécessairement des cercles.

Sur l'écran 2

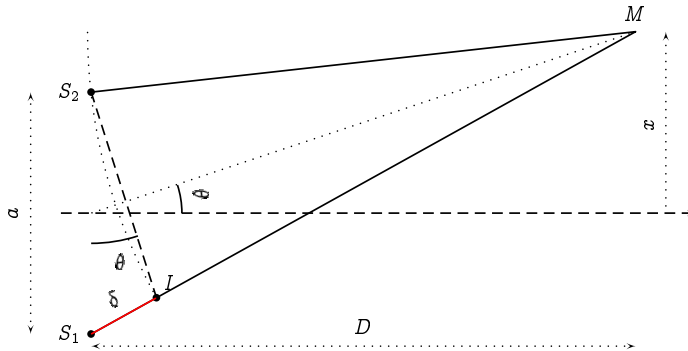
Les points d'égale intensité décrivent sur cet écran des hyperboles. Cependant, pour une région peu étendue autour de l'axe Ox et pour une distance écran-sources grande devant les dimensions de l'écran, on pourra assimiler ces hyperboles à des segments.

Par des considérations de symétrie, ces segments sont parallèles au plan médiateur des sources.

1.4 Étude de la figure de l'écran 2

On admet que les franges d'égale intensité sont des segments sur l'écran 2. Il suffit alors de rechercher leur intersection avec l'axe de l'écran.

On considère deux sources corréées synchrones.



Première méthode

$$\begin{aligned} \delta &= (S_2M) - (S_1M) = S_2M - S_1M \\ &= \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2} - \sqrt{D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2} \\ &= D \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2} \\ &= -\frac{1}{2 \cdot D} \cdot 4 \cdot \frac{a}{2} \cdot x \\ &= -\frac{a \cdot x}{D} \end{aligned}$$

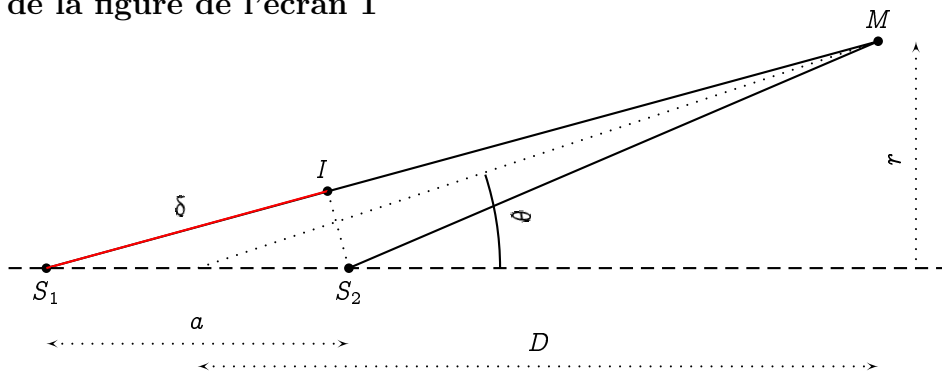
Deuxième méthode

- Principe de retour inverse : on peut raisonner en partant de M et en allant vers les sources
 - Théorème de Malus : les surfaces d'onde sont orthogonales aux rayons. On en déduit que les chemins optiques (MS_2) et (MI) sont égaux. Par conséquent, la différence de marche entre les deux rayons $\delta = (IS_1)$.
 - Vu que $D \gg x$ et $D \gg a$, l'arc de cercle S_1I peut s'apparenter à un segment. On peut alors en déduire $S_2I = a \cdot \sin\theta$
 - D'autre part $\tan\theta \equiv \theta = \frac{x}{D}$
- On retrouve bien $\delta \equiv \pm \frac{a \cdot x}{D}$

interfrange

La distance i entre deux franges brillantes est $i = \frac{\lambda_0 \cdot D}{a}$ Les franges sont équidistantes.

1.5 Etude de la figure de l'écran 1



Hypothèses d'étude : $D \gg a$ et $D \gg r$.

On reprend le même raisonnement que pour la méthode 2 précédente.

- $\delta = (S_1I) = S_1I$
- On peut assimiler S_1S_2I à θ , par conséquent $\delta = a \cdot \cos\theta$
- D'autre part $\tan\theta \equiv \theta = \frac{r}{D}$
- Par un D.L d'ordre le plus faible faisant apparaître une relation entre θ et r : $\cos\theta \equiv 1 - \frac{1}{2} \cdot \theta^2$

- On en déduit $\delta = a. \left(1 - \frac{r^2}{2.D^2}\right)$.

$$\text{Pour les anneaux brillants, } r = \sqrt{2. \left(1 - \frac{k.\sigma_0}{a}\right)}$$

Rayon des anneaux brillant

Les anneaux ne sont pas équidistants, ils se resserrent en allant vers l'extérieur. Les anneaux les plus éloignés correspondent aux ordres d'interférence les plus faibles.