

1. La perte latérale dépendant de l'abscisse x , elle n'est donc pas uniforme. Il est donc nécessaire d'effectuer un bilan local.
2. On considère donc une tranche dx de l'ailette .

Le régime étant stationnaire, $j(x, t) = j(x)$. Un bilan sur une tranche dx de l'ailette donne donc :

$$\underbrace{j(x)el - j(x+dx)el}_{-el \frac{dj}{dx} dx} = h(T(x) - T_A) \underbrace{2(l+e)}_{\approx 2l}$$

La loi de Fourier permet d'écrire $j(x) = -\lambda \frac{dT}{dx}$, ce qui donne bien

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{\delta^2} (T(x) - T_A) = 0$$

avec $\delta = \sqrt{\frac{\lambda e}{2h}}$, AN : $\delta = 1,3 \text{ cm}$.

3. On peut remarque que $y = T(x) - T_A$ vérifie l'équation différentielle $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{\delta^2} y = 0$ dont la forme générale de la solution s'écrit

$$y(x) = A.e^{\frac{x}{\delta}} + B.e^{-\frac{x}{\delta}}$$

Les conditions aux limites

- ✓ en $x = L$ donne $y(L) = 0$. Or comme $L \gg \delta$, on peut en déduire que $y(L) = A.e^{\frac{L}{\delta}} + B.e^{-\frac{L}{\delta}} \approx A.e^{\frac{L}{\delta}}$, soit $A = 0$
- ✓ en $x = 0$ donne $y(0) = T_M - T_A = B$

$$T(x) = T_A + (T_M - T_A) e^{-\frac{x}{\delta}}$$

On doit tout de même s'assurer que la longueur de l'ailette est grande devant la longueur caractéristique δ

4. Au choix

- ✓ Flux à travers l'interface ailette-air

$$\mathcal{P} = \int_0^x h(T(x) - T_A) \underbrace{\frac{dS}{2ldx}}_{2ldx} = 2hl\delta (T_M - T_A) \underbrace{\left[-e^{-\frac{x}{\delta}} \right]_0^L}_1$$

- ✓ Flux à l'interface microprocesseur / ailette

$$\mathcal{P} = j(0).e.l = -\lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)_{(x=0)} el = \frac{\lambda}{\delta} (T_M - T_A) el$$

Le régime étant stationnaire, on retrouve bien les deux expressions identiques. On peut effectuer l'application numérique :
 $\mathcal{P} = 3,72 \text{ W}$

5. Il faudra donc un minimum de $N = \frac{\mathcal{P}_{perdue}}{\mathcal{P}_{ailette}} = 49$ ailettes