

Une couche de glace d'épaisseur $e(t)$ est en formation à la surface d'un lac à l'instant t . On considère l'augmentation de de cette épaisseur pendant la durée dt . Le phénomène est suffisamment lent pour considérer le régime stationnaire du point de vue de la conduction thermique.

On admet que l'échange énergétique avec la couche de glace en formation se fait uniquement avec l'air extérieur, au travers de la couche de glace déjà constituée. Les phénomènes de convection à l'interface air-glace induisent une température à cette interface $T_s \neq T_a$. Ces phénomènes sont traduits par la loi de Newton :

$$|j_{conv}| = h \cdot |T_s - T_a| \quad h = 50 \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$$

On note $\vec{j}_{th} = j_{th} \cdot \vec{e}_z$ le vecteur densité de flux thermique dans l'épaisseur e de glace.

1. Exprimer $j_{th}(z = 0)$ en fonction de h , T_s et T_a
2. Relier j_{th} à λ_g , e , T_s et T_{fus} , puis en fonction de h , T_a , λ_g , e et T_{fus}
3. Relier j_{th} à de , dt , ρ_g et l_{fus}
4. En déduire une équation différentielle vérifiée par e . Déterminer l'expression de $e(t)$.
5. Calculer la vitesse de croissance de la glace au début de la formation de la couche de glace..

Données pour la glace : $\lambda_g = 2,1 \text{ W.m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $l_{fus} = 330 \text{ kJ.kg}^{-1}$; $\rho_g = 900 \text{ kg.m}^{-3}$

