1. La concentration en neutrons mobiles vérifie alors l'équation différentielle :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + k.n \qquad\qquad k > 0, k = C^{te}$$

(voir cours)

2. D'après l'ED et la forme de la solution proposée :

$$\frac{f''}{f} + \frac{1}{D}\left(k - \frac{g'}{g}\right) = 0$$

Seule une solution oscillante pour $f(x)$ est physiquement envisageable pour vérifier les conditions aux limites, donc

$$f'' + \underbrace{\frac{1}{D}\left(k - \frac{g'}{g}\right)}_{\omega^2} f = 0$$

$f(x) = Acos\omega x + Bsin\omega x$ les C.L donnent $\begin{cases} f(0) = A = 0 \\ f(L) = A.cos\omega L + B.sin\omega L = B.sin\omega L = 0 \end{cases} \rightarrow \ \omega = \dfrac{p\pi}{L}$

$$f(x) = \sum_{p=1}^{\infty} B_p sin\frac{p\pi x}{L}$$

3. On a donc $\frac{1}{D}\left(k - \frac{g'}{g}\right) = \omega^2$, ce qui donne

$$g(t) = g_0.e^{-(D\omega^2 - k)t}$$

On doit avoir le temps caractéristique positif, soit

$$\omega^2 > \frac{k}{D} \ \rightarrow \ L < p\pi\sqrt{\frac{D}{k}} \ \rightarrow \ L_0 = \pi\sqrt{\frac{D}{k}}$$

Si $L > L_0$, alors la fission ne sera plus contrôlable.