

1. Conservation de la matière (le diiode) permet d'écrire entre $t = 0$ et t :

$$c_0 \cdot h_2 \cdot S = \int_{-h_2}^0 c_2(z, t) \cdot dz \cdot S + \int_0^{h_1} c_1(z, t) \cdot dz \cdot S$$

Mais en négligeant l'épaisseur des couches limites, on peut considérer les concentrations c_1 et c_2 uniformes, ce qui donne alors

$$c_0 \cdot h_2 = c_1(t) \cdot h_1 + c_2(t) \cdot h_2$$

2. Le régime étant considéré comme permanent, on a $j(x, t) = j(x)$. L'application de la loi de Fick donne

$$j_1 = D_1 \cdot \frac{c_1^* - c_1}{l_1} \quad j_2 = D_2 \cdot \frac{c_2 - c_2^*}{l_2}$$

Or à l'interface le flux doit correspondre aussi bien au flux dans l'eau et dans le benzène, par conséquent on a

$$\frac{dn}{dt} = D_1 \cdot \frac{c_1^* - c_1}{l_1} \cdot S = D_2 \cdot \frac{c_2 - c_2^*}{l_2} \cdot S$$

Les vecteurs densité de flux sont constants, le régime étant permanent dans les couches limites. Il est donc normal que dans ces zones la concentration ait une évolution linéaire avec l'altitude.

3. L'exploitation des données permet d'écrire

$$\begin{cases} 10c_0 = c_1(t) + 10c_2(t) \\ 10(c_1^*(t) - c_1(t)) = c_2(t) - c_2^*(t) \end{cases}$$

En posant $c_1^* = Kc_2^*$, on obtient alors $c_2^*(t) = \frac{100c_0 - 99c_2(t)}{1 + 10K}$

4. On observe entre t et $t + dt$

$$\begin{aligned} \frac{dc_2}{dt} &= -\frac{1}{Sh_2} j_2 S = \frac{-1}{h_2} D_2 \frac{c_2(t) - c_2^*(t)}{l_2} \\ \frac{dc_2}{dt} + \frac{10D_2(10 + K)}{l_2 h_2 (1 + 10K)} c_2(t) &= \frac{100D_2}{l_2 h_2 (1 + 10K)} c_0 \end{aligned}$$

On en déduit donc le temps caractéristique $\tau = \frac{l_2 h_2 (1 + 10K)}{10D_2 (10 + K)} \cong 13 \text{ heures } 37 \text{ minutes}$

5. On peut remarquer que $\frac{c_{1\infty}}{c_0} = \frac{10K}{10 + K} = 9,8$ et $\frac{c_{2\infty}}{c_0} = \frac{10}{10 + K} = 0,02$

La quasi totalité du diiode est donc passée dans le benzène (mais ce phénomène est lent)