

1. Le plus simple ici est d'appliquer la loi des nœuds : $i_L + i_c + i_R = 0$ avec $i_R = \frac{u}{R}$, $i_c = C \cdot \frac{du}{dt}$ et $\frac{di_L}{dt} = \frac{u}{L}$

En dérivant la loi des nœuds on obtient donc $\frac{1}{R} \cdot \frac{du}{dt} + C \cdot \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{u}{L} = 0$, soit sous une forme canonique

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{RC} \cdot \frac{du}{dt} + C \cdot \frac{u}{LC} = 0$$

2. Le régime critique correspond au discriminant nul pour l'équation caractéristique $r^2 + \frac{1}{RC}r + \frac{1}{LC} = 0$, soit

$$\frac{1}{R^2 C^2} - \frac{4}{L \cdot C} = 0. \text{ On cherche donc à obtenir } R = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-3}}{10^{-5}}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot 10 \Omega$$

Sachant que $C = 10 \mu F$ et $L = 5 mH$, quelle doit être la valeur de R permettant d'obtenir le régime critique ?

3. On a à $t = 0^-$: $u_c(0^-) = E$ et $i_L(0^-) = 0$. La continuité de ces deux grandeurs donne donc :

$$\checkmark u(0^+) = u_c(0^+) = E$$

$$\checkmark \left(\frac{du}{dt} \right)_{(t=0^+)} = \left(\frac{du_c}{dt} \right)_{(t=0^+)} = \frac{1}{C} i_c(0^+) = \frac{1}{C} (-i_L(0^+) - i_R(0^+)) = \frac{-1}{C} \left(0 + \frac{E}{R} \right)$$

4. \checkmark On a les racines doubles $r = \frac{-1}{2RC}$. La solution de la forme homogène est donc $u = e^{\frac{-t}{2 \cdot R \cdot C}} (A + B \cdot t)$

\checkmark La solution particulière correspond au régime permanent libre, donc $u_{perm} = 0$

\checkmark On exploite les conditions initiales

$$u(0^+) = A = E$$

$$\left(\frac{du}{dt} \right)_{(t=0^+)} = \frac{-2}{R \cdot C} \cdot E + B = \frac{-E}{RC} \text{ donc } B = \frac{E}{RC}$$

5. On a ici une évolution en $e^{\frac{-t}{2 \cdot R \cdot C}}$. On peut considérer le régime permanent établi pour $t \gg R \cdot C$.