

On considère la fonction d'onde $\Psi(x, t) = A \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{a} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t}$ pour une particule confinée dans l'espace $[0, a]$.

1. Il est nécessaire de normaliser la fonction d'onde :

$$\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left[A \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{a} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \right] \cdot \left[A \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{a} \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot t} \right] \cdot dx = 1$$

$$\text{Soit } \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} A^2 \cdot \sin^2 \frac{\pi \cdot x}{a} \cdot dx = 1$$

$$\text{Or } \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \text{ donc } \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} A^2 \cdot \frac{1 - \cos \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{a}}{2} \cdot dx = 1$$

$$\frac{A^2}{2} \cdot \left[x - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot a} \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{a} \right) \right]_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} = 1 \text{ donc } A = \sqrt{\frac{2}{a}}$$

2. On connaît la position de la particule avec une incertitude $\Delta x = a$, on ne connaît donc le nombre d'onde qu'avec une incertitude $\Delta k \geq \frac{1}{2 \cdot a}$

Il faut donc associer un paquet d'onde à cette particule :

$$\Psi(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{a} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \cdot d\omega$$