1. Comme $E > V(x) = 0$, on obtient $\varphi(x) = A.e^{ikx} + A'.e^{-ikx}$ avec $k = \dfrac{\sqrt{2.E.m}}{\hbar}$

On recherche le mode symétrique : $\varphi(x) = \varphi(-x)$, ce qui amène à $A = A'$, donc $\varphi(x) = A.\left(e^{ikx} + .e^{-ikx}\right) = 2.A.cos(kx)$

2. Comme $E < V_0$, on obtient $\varphi(x) = B.e^{Kx} + C.e^{-Kx}$ avec $K = \dfrac{\sqrt{2.(V_0 - E).m}}{\hbar}$

3. On doit vérifier que $\varphi\left(\frac{3.a}{2}\right) = 0 = B.e^{K\frac{3.a}{2}} + C.e^{-K\frac{3.a}{2}}$, ce qui donne $\varphi(x) = B.\left(e^{Kx} + e^{-K(3.a-x)}\right)$

4. On exploite la continuité de $\varphi(x)$ et de sa dérivée en $x = \frac{a}{2}$:

$$\left|\begin{array}{l} 2.A.cos\frac{k.a}{2} = B.\left(e^{K\frac{a}{2}} + e^{-K\left(3.a-\frac{a}{2}\right)}\right) \\ -2.k.A.sin\frac{k.a}{2} = K.B.\left(e^{K\frac{a}{2}} - e^{-K\left(3.a-\frac{a}{2}\right)}\right) \end{array}\right.$$

On obtient donc $tan\dfrac{k.a}{2} = -K.\dfrac{e^{K\frac{a}{2}} - e^{-K\left(3.a-\frac{a}{2}\right)}}{e^{K\frac{a}{2}} + e^{-K\left(3.a-\frac{a}{2}\right)}}$ avec $K^2 + k^2 = \dfrac{2.m.E}{\hbar^2}$

5. On doit vérifier la normalisation de la fonction d'onde. Pour le mode symétrique : $\int_0^{\frac{3.a}{2}} |\varphi(x)|^2 .dx = \dfrac{1}{2}$, ce qui donne :

$\int_0^{\frac{a}{2}} |2.A.cos(kx)|^2 .dx + \int_{\frac{a}{2}}^{\frac{3.a}{2}} \left|B.\left(e^{Kx} + e^{-K(3.a-x)}\right)\right|^2 .dx = \dfrac{1}{2}$