

Le noyau de l'atome d'hydrogène est associé à une particule de masse $m = \frac{m_N \cdot m_P}{m_N + m_P}$ soumise au potentiel de Yukawa modélisant l'interaction nucléaire et dont l'allure est fournie ci-contre.

On observe que le seul état lié pour ce noyau correspond à une énergie de liaison $E_l = -2,2 \text{ MeV}$

L'ordre de grandeur de la portée de l'interaction nucléaire est $a \simeq 1 \text{ fm}$ correspondant au rayon du noyau.

On définit $q = \frac{\sqrt{-2 \cdot m \cdot E}}{\hbar}$ et $k = \frac{\sqrt{2 \cdot m \cdot (E + V_0)}}{\hbar}$

1. Proposer une modélisation sous forme de potentiels constants par morceaux pour le potentiel de Yukawa avec trois régions distinctes
2. Donner la forme générale des fonctions d'onde pour les trois régions de l'espace.
3. Déterminer l'équation de quantification en exploitant les conditions de raccordement de la forme $k \cdot f(\alpha \cdot k \cdot a) = -q$. Préciser la fonction f et la valeur de α
4. Montrer que cette égalité est vérifiée pour $|\sin(\alpha k a)| = \frac{k}{k_0}$. Exprimer k_0 et préciser la seconde condition que doit vérifier $\alpha \cdot k \cdot a$.
5. Donner l'ordre de grandeur de $\frac{k}{k_0}$ afin que qu'il n'existe qu'un seul état lié d'énergie E_l . En déduire une condition liant E_l et V_0 . Déterminer la valeur approchée de V_0 .

