On considère un faisceau de particules quantiques incident provenant de $x \to -\infty$. On a pour ce problème unidimensionnel :

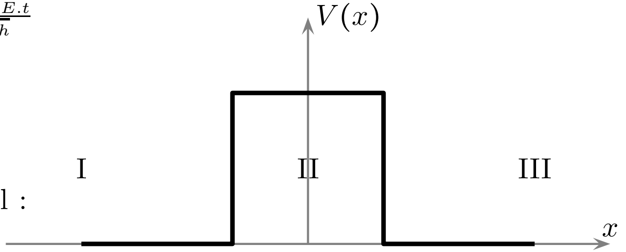
$$\left| \begin{array}{ll} |x| > \frac{a}{2} : & V(x) = 0 \\ |x| < \frac{a}{2} : & V(x) = V_0 > 0 \end{array} \right.$$

.Chaque particule a une énergie $E < V_0$.

On considère les états stationnaires pour la particule $\Psi(x,t) = \varphi(x).e^{\frac{-i.E.t}{\hbar}}$ vérifiant l'éq. de Schrödinger $i.\hbar.\dfrac{\partial \Psi}{\partial t} = -\dfrac{\hbar^2}{2.m}.\dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V(x).\Psi$.

On pose $k = \dfrac{\sqrt{2.m.E}}{\hbar}$, $K = \dfrac{\sqrt{2.m.(V_0 - E)}}{\hbar}$ et $\delta = \dfrac{1}{K}$

On considèrera trois types d'ondes en dehors de la barrière de potentiel : incidente, réfléchie et transmise.



1. Compléter en fonction de k et K les solutions proposées pour les différentes régions de l'axe :

I : $\varphi(x) = A_1.exp(....x) + B_1.exp(-....x)$

II : $\varphi(x) = A_2.exp(....x) + B_2.exp(-....x)$

III : $\varphi(x) = A_3.exp(....x) + B_3.exp(-....x)$

2. Pourquoi peut-on considérer $B_3 = 0$? En déduire les expressions de $\varphi_i(x)$, $\varphi_r(x)$ et $\varphi_t(x)$ associées aux ondes incidente, réfléchie et transmise.

3. Écrire les équations de continuité aux limites de la barrière de potentiel.

4. On rappelle que le vecteur densité de courant de probabilité a pour expression $\vec{j} = \dfrac{\hbar.\vec{k}}{m}.|\varphi|^2$. Définir les coefficients de probabilité de réflexion R et de transmission T et les exprimer en fonction des coefficients éventuellement A_i et B_i.

5. On obtient alors l'expression de T dans l'approximation $a >> \delta$: $T = \dfrac{16.E.(V_0 - E)}{V_0^2}.e^{\frac{-2.a}{\delta}}$

Interpréter ce résultat.