On considère une particule d'énergie E dans un puits de potentiel tel que $V(x) = \left| \begin{array}{l} |x| < \frac{a}{2} : \quad V(x) = 0 \\ |x| > \frac{a}{2} : \quad V(x) = V_0 \end{array} \right.$, avec $E < V_0$ On recherche les solutions correspondant aux états stationnaires pour la particule. Cette solution doit vérifier l'équation de Schrödinger $i.\hbar.\dfrac{\partial \Psi}{\partial t} = -\dfrac{\hbar^2}{2.m}.\dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V(x).\Psi$.

On pose $k = \dfrac{\sqrt{2.m.E}}{\hbar}$ et $K = \dfrac{\sqrt{2.m.(V_0 - E)}}{\hbar}$

1. On propose la solution $\Psi(x,t) = \varphi(x).g(t)$. Expliquer pourquoi on qualifie les états associés de stationnaires et déterminer l'expression de $g(t)$ en fonction de E.
2. On se place en dehors du puits $\left(|x| > \frac{a}{2}\right)$.Décrire alors la forme générale de la solution $\varphi(x)$ sachant que la solution ne peut diverger si $x \to \infty$. Comment nommer l'onde associée à cette solution ?
3. On se place dans le puits $\left(|x| > \frac{a}{2}\right)$
   - ✓ Déterminer la forme générale de la solution $\varphi(x)$
   - ✓ Traduire la continuité de $\varphi(x)$ et $\varphi'(x)$ par 4 équations.
   - ✓ En s'appuyant sur des considérations de symétrie, montrer que $\varphi(x)$ est nécessairement paire ou impaire.
   - ✓ Dans chacun des cas, en déduire une relation entre K et k
   - ✓ On pose On pose $X = \dfrac{k.a}{2}$ et $Y = \dfrac{K.a}{2}$. On a représenté en trait plein les fonctions $Y = X.tanX$ et $Y = \dfrac{X}{tanX}$ ainsi que le cercle en trait pointillé $X^2 + Y^2 = \dfrac{m.a^2.V_0}{2.\hbar^2}$.

     Positionner sur ce graphe les points correspondants aux modes propres pour la particule.
   - ✓ Combien de niveaux d'énergie sont accessibles pour cette particule ?