

1. • On a en $x = 0$:

$$Y_0 \cdot e^{j(\omega t - k_1 \cdot x)} + \underline{r} Y_0 \cdot e^{j(\omega t + k_1 \cdot x)} = \underline{t} Y_0 \cdot e^{j(\omega t - k_2 \cdot x)}$$

- La soudure implique qu'il n'y a pas de nœud en $x = 0$, point que l'on peut donc considérer de masse nulle.

Expression des tensions :

- On rappelle l'expression de la composante selon Oy de la tension exercée par la partie droite d'une corde en un point $M(x, t)$:

$$T_y(x, t) = T \cdot \sin \alpha \text{ avec } \sin \alpha \equiv \alpha = \frac{\partial y}{\partial x}$$

- La tension exercée par la partie gauche d'une corde en M s'obtiendra par le principe des actions réciproques.
- On peut alors exprimer au niveau du nœud les composantes selon OY des tensions exercées par les cordes à gauche et à droite :

$$T_{y(\text{gauche})} = - \left(\frac{\partial y_{\text{gauche}}}{\partial x} \right)_{(x=O^-)} T_{y(\text{droite})} = + \left(\frac{\partial y_{\text{droite}}}{\partial x} \right)_{(x=O^+)}$$

- En fin on remarque que
$$\left| \begin{array}{l} y_{\text{gauche}} = y_i + y_r \\ y_{\text{droite}} = y_t \end{array} \right.$$

Le théorème de la résultante dynamique donne alors

$$-T \cdot \frac{\partial (y_i + y_r)}{\partial x} + T \cdot \frac{\partial y_t}{\partial x} = 0$$

soit $(-1 + \underline{r}) \cdot k_1 + \underline{t} \cdot k_2 = 0$.

On doit donc résoudre le système d'équations
$$\left| \begin{array}{l} 1 + \underline{r} = \underline{t} \\ 1 - \underline{r} = \frac{k_2}{k_1} \underline{t} \end{array} \right.$$

ce qui donne $Y_t = \frac{2 \cdot k_1}{k_1 + k_2} \cdot Y_0$

On vérifie que si $k_1 = k_2$, $Y_t = Y_i$ car alors la corde devient homogène $\forall x$.