

1. (Voir cours) : Le PFD appliqué à une tranche dx de corde donne, dans l'hypothèse de faibles déformations :

$$\mu \cdot dx \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \underbrace{T \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \cdot dx}_{\text{sans frottements}} - \lambda \cdot dx \cdot \frac{\partial y(x, t)}{\partial t}$$

NB : on donne la force linéique, il faut donc multiplier par dx pour obtenir la force appliquée à la tranche dx étudiée.

On obtient donc l'équation de propagation (qui correspondra à l'équation d'Alembert dans le cas idéal où $\lambda = 0$) :

$$\boxed{\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \lambda \cdot \frac{\partial y(x, t)}{\partial t}}$$

2. On injecte la forme générale de la solution proposée dans l'équation de propagation, ce qui donne :

$$\boxed{-\mu \cdot \omega^2 = -T \cdot \underline{k}^2 - j \cdot \omega \cdot \lambda}$$

3. On définit $\underline{k} = k' - j \cdot k''$. Considérer le milieu faiblement absorbant revient à considérer $k'' \ll k'$. On a alors

$$\underline{k}^2 = k'^2 - k''^2 - 2 \cdot j \cdot k' \cdot k'' \equiv k'^2 - 2 \cdot j \cdot k' \cdot k''$$

L'identification avec la relation de dispersion donne

$$\left| \begin{array}{l} k'^2 = \frac{\mu \cdot \omega^2}{T} \\ k' \cdot k'' = \frac{\lambda \cdot \omega}{T} \end{array} \right. \text{ donc } \boxed{k' = \omega \cdot \sqrt{\frac{\mu}{T}} \text{ et } k'' = \frac{\lambda}{\sqrt{T \cdot \mu}}}$$

4. L'information se propage à la vitesse de groupe $v_g = \frac{d\omega}{dk'} = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ (correspondant également ici à la vitesse de phase. Le milieu n'est donc pas dispersif.)

Par conséquent

$$\boxed{\Delta t = \frac{L}{v_g} = L \cdot \sqrt{\frac{\mu}{T}}}$$

5. Applications numériques : $T = 250 \text{ N}$, $\mu = 1 \text{ g} \cdot \text{m}^{-1}$, $\lambda = 0,05 \text{ SI}$.