1. On a deux possibilités :

   - $\omega < \omega_p$, alors $\underline{k}^2 = i^2.\dfrac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2} = i^2.k^2$:
     $\overrightarrow{E} = E_0.cos\omega t.coskx.\overrightarrow{u_y}$. Il s'agit d'une onde évanescente ne se propageant pas
   - $\omega > \omega_p$, alors $\underline{k}^2 = \dfrac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2} = k^2$:
     $\overrightarrow{E} = E_0.cos\left(\omega t - k.x\right).\overrightarrow{u_y}$. C'est une onde progressive.

   La condition est donc $\boxed{\omega > \omega_p}$

2. L'onde est progressive et transversale : $\overrightarrow{B} = \dfrac{\overrightarrow{k} \wedge \overrightarrow{E}}{\omega} = \dfrac{k}{\omega}.\overrightarrow{E}$, donc :

   $$u_{em} = \frac{1}{2.\mu_0}.\left(\frac{k}{\omega}.E\right)^2 + \frac{\epsilon_0}{2}.\left(E\right)^2 = \frac{\epsilon}{2}.E^2.\left(\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2} + 1\right)$$

   On peut prendre la valeur moyenne : $\langle u_{em}\rangle = \dfrac{1}{2}.E_0^2.\left(2 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$

3. $\overrightarrow{Pi} = \dfrac{k}{\omega.\mu_0}.E^2.\overrightarrow{u_x}$ donc :

   $$\left\langle\overrightarrow{Pi}\right\rangle = \frac{k}{\omega.\mu_0}.\frac{E_0^2}{2}.\overrightarrow{u_x}$$

4. On étudie une section S orthogonale à la direction de propagation.

   La valeur moyenne de l'énergie traversant S pendant dt est égale à

   - $\delta\mathcal{E} = \iint_S \left\langle\overrightarrow{Pi}\right\rangle \cdot \overrightarrow{dS}.dt = \dfrac{k}{\omega.\mu_0}.E^2.S.dt$
   - la valeur moyenne de l'énergie se trouvant initialement dans le volume $S.v_e.dt$:
     $\delta\mathcal{E} = \langle u_{em}\rangle.v_e.dt.S$

   L'identification des deux expressions donne :

   $$v_e = \frac{\left\langle\overrightarrow{Pi}\right\rangle}{\langle u_{em}\rangle} = \frac{2.k}{\epsilon_0.\mu_0.\omega.\left(2 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)}$$

5. Le milieu serait non dispersif si k était propostionnel à ω. On tend vers cette condition si $\dfrac{\omega_p}{\omega} \ll 1$

   Alors on a $v_e \equiv \dfrac{k}{\epsilon_0.\mu_0.\omega} = \dfrac{k.c^2}{\omega}$

   Or la vitesse de groupe a pour expression $v_g = \dfrac{d\omega}{dk} = \dfrac{k.c^2}{\omega}$

   $\boxed{\text{Pour des milieux peu dispersifs, l'énergie se propage à la vitesse } v_g \text{ de groupe.}}$