

1. On effectue le bilan des couples de forces pour le pendule  $n$ , en projection sur l'axe  $Ox$  :

- Couple de torsion du fil entre le pendule  $n - 1$  et  $n$  :  $\Gamma_{n-1 \rightarrow n} = -K \cdot (\theta_n - \theta_{n-1})$
- Couple de torsion du fil entre le pendule  $n$  et  $n + 1$  :  $\Gamma_{n+1 \rightarrow n} = +K \cdot (\theta_{n+1} - \theta_n)$
- Moment du poids  $\vec{M}_{\vec{P}/0} = -\frac{l}{2} \cdot m \cdot g \cdot \sin\theta \cdot \vec{e}_z$  donc  $\Gamma_{\vec{P}} = -\frac{l}{2} \cdot m \cdot g \cdot \sin\theta$
- Pour la liaison Pivot :  $\Gamma_{liaison} = 0$

Le théorème du moment cinétique s'écrit donc :  $J \cdot \frac{\partial^2 J}{\partial t^2} = \Gamma_{n-1 \rightarrow n} + \Gamma_{n+1 \rightarrow n} + \Gamma_{\vec{P}} + \Gamma_{liaison}$ , ce qui donne :

$$J \cdot \frac{\partial^2 J}{\partial t^2} = K \cdot (\theta_{n+1} + \theta_{n-1} - 2 \cdot \theta_n) - \frac{l}{2} \cdot m \cdot g \cdot \sin\theta$$

$\theta_{n-1}$ ,  $\theta_n$  et  $\theta_{n+1}$ .

2. On a alors  $\theta_{n+1} = \theta(x + a, t) = \theta_n + a \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$  et  $\theta_{n-1} = \theta(x - a, t) = \theta_n - a \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$ , soit :

$$\frac{m \cdot l^2}{3} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + \frac{m \cdot g \cdot l}{2} \theta - K \cdot a^2 \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0.$$

3.  $\underline{\theta}(x, t) = \theta_0 \cdot e^{i \cdot (\omega t - \underline{k} \cdot x)}$

4. En injectant la solution dans l'équation de propagation, on obtient  $k^2 = \frac{m \cdot l^2}{3 \cdot a^2 \cdot K} \cdot \omega^2 - \frac{m \cdot g \cdot l}{2 \cdot a^2 \cdot K}$ , ce qui donne donc  $k^2 =$

$$\frac{m \cdot l^2}{3 \cdot a^2 \cdot K} \cdot \left( \omega^2 - \frac{3 \cdot a^2 \cdot K}{m \cdot l^2} \cdot \frac{m \cdot g \cdot l}{2 \cdot a^2 \cdot K} \right)$$

Par identification,  $c = \sqrt{\frac{3 \cdot a^2 \cdot K}{m \cdot l^2}}$  et  $\omega_c = \sqrt{\frac{3}{l} \cdot \frac{g}{2}}$

5. L'étude devient identique à celle du plasma, reprendre donc cette étude.