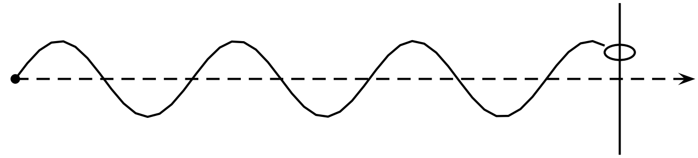
Une corde de longueur L, de masse linéïque μ, avec une tension T est fixée en $x = 0$. En $x = L$, elle est liée à un anneau de masse M pouvant glisser sans frottement sur une tige.
On note $y(x,t)$ les déplacements transversaux.



1. Rappeler l'expression de la pulsation du mode fondamental ω_0 pour cette corde fixée à ses deux extrémités.

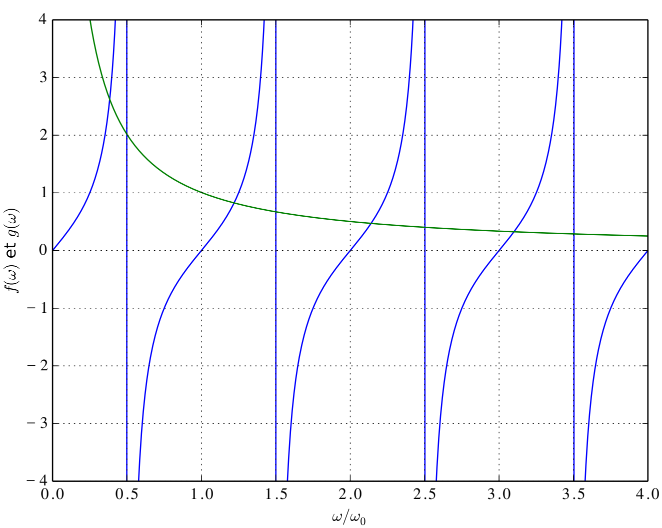
2. On considère maintenant cette corde avec l'anneau de masse nulle $M = 0$. Exprimer la pulsation du mode fondamental ω_0'.

2. On considère l'anneau avec une masse $M \neq 0$. Par une étude mécanique de l'anneau, déterminer une condition sur $\left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)_{(L,t)}$ (on négligera le poids devant l'action de la corde pour l'anneau)

3. Montrer que les modes propres vérifient la relation $f(\omega) = g(\omega)$: $tan\left(\dfrac{\pi.\omega}{\omega_0}\right) = \dfrac{T}{M.c.\omega}$

4. On propose une résolution numérique de cette équation.

    - Expliquer l'utilité de *test1* et *test2*
    - A partir des résultats du script ci-contre, donner la valeur des pulsations propres de cette corde.




```python
# -*- coding: utf-8 -*-
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
nb_points=1000
mu,L,T,M=0.01,1,10,0.01
c,omega0=(T/mu)**0.5,c*np.pi/L
x=np.linspace(0.001,4,nb_points)
y=np.zeros(nb_points)
y=np.tan(x*np.pi)
z=T/(M*c*x*omega0)
diff=z-y
mode=[]
for i in range(1,nb_points):
    test1=diff[i]/diff[i-1]
    test2=y[i]-y[i-1]
    if test1<0 and test2>0:
        resultat=str(round(x[i],3))
        mode.append(resultat)
print(mode)
plt.plot(x,y)
plt.plot(x,z)
plt.xlabel("$\omega/\omega_0$")
plt.ylabel("$f(\omega)$ et $g(\omega)$")
plt.axis([0, 4, -4, 4])
plt.grid(True)
plt.title("Corde avec une masse a l'extremite")
plt.legend()
plt.show()
```

['0.385', '1.222', '2.143', '3.103']