1. $\omega_0 = \dfrac{\pi.c}{L}$

2. L'anneau, étudié dans le référentiel galiléen, est soumis à son poids, à la réaction de la tige ainsi qu'à la tension de la corde.

   En choisissant les notations du cours, en considérant l'angle α au niveau de l'anneau, on aura
   $\overrightarrow{T}_{corde\rightarrow anneau} = T.\left(-cos\alpha.\overrightarrow{e_x} - sin\alpha.\overrightarrow{e_y}\right)$

   Avec comme on l'a montré en cours $\alpha = \dfrac{\partial y}{\partial x}$

   La projection du PFD selon l'axe OY donne alors :

   $M.\left(\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)_{(L,t)} = -T.sin\alpha - M.g$, ce qui donne donc, en considérant $sin\alpha \equiv \alpha$ et en négligeant le poids :

   $\left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)_{(L,t)} = -\dfrac{M}{T}.\left(\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)_{(L,t)}$

3. On propose la forme générale $y(x,t) = Y_0.cos\left(\omega t\right).sin\left(k.x + \varphi\right)$. On a deux C.A.L à vérifier :

   - **en** $x = 0$: $y(0,t) = 0\ \forall t$ soit $\varphi = 0$
   - **en** $x = L$: $\left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)_{(L,t)} = -\dfrac{M}{T}.\left(\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)_{(L,t)}$

     Or $\left(\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = -\omega^2.y(x,t)$ et $\left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right) = Y_0.cos\left(\omega t\right).k.cos\left(k.x\right)$

     On obtient donc $Y_0.cos\left(\omega t\right).k.cos\left(k.L\right) = -\dfrac{M}{T}.\left[-\omega^2.Y_0.cos\left(\omega t\right).sin\left(k.L\right)\right]$

   Montrer que les modes propres vérifient la relation $f(\omega) = g(\omega)$: $tan\left(\dfrac{\pi.\omega}{\omega_0}\right) = \dfrac{T}{M.c.\omega}$

4. Pour la résolution numérique :

   - On recherche l'égalité des fonctions $f(\omega)$ et $g(\omega)$, caractérisant les modes propres. C'est l'objectif du test 1 : si $f(\omega) - g(\omega)$ change de signe, c'est que l'on est passé par la valeur nulle.

     Cependant on doit exclure les valeurs $\dfrac{\omega}{\omega_0} = \dfrac{1}{2} + p$ pour lesquelles $tan\dfrac{\omega}{\omega_0}$ n'est pas définie et par conséquent qui ne peuvent correspondre à des mode propre. On doit donc vérifier que $f(\omega)$ est bien une fonction croissante.
   - Vu les valeurs choisies, $\omega_0 = 10^2.\pi = 314\ rad.s^{-1}$

     La liste renvoyée par le script nous donne les valeurs de $\dfrac{\omega_n}{\omega 0}$ pour le mode n, On a donc les modes propres : $\omega_1 = 0,385.314\ rad.s^{-1}$ etc...