1. L'onde se propageant selon la direction $+\overrightarrow{e_z}$, le plan d'onde serait le plane XOY. Or le champ électrique dépend de la coordonnée y. Il ne s'agit donc pas d'une onde plane car le champ électrique n'a pas la même valeur en tout point du plan XOY.

2. Ne s'agissant pas d'une onde plane, on ne peut pas exploiter la relation de structure. On repart donc de l'équation de Maxwell-Faraday : $\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{E} = -\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$, ce qui amène à $\overrightarrow{B} = \begin{cases} 0 \\ \dfrac{k}{\omega}.E_0.sin\dfrac{\pi.y}{a}.cos\left(\omega t - k.z\right) \\ \dfrac{\pi}{\omega.a}.E_0.cos\dfrac{\pi.y}{a}.sin\left(\omega t - k.z\right) \end{cases}$
   Le champ n'est pas transverse car il a une composante colinéaire à la direction de propagation de l'onde. L'onde n'est donc pas transversale.

3. On en déduit le vecteur de Poynting (on a bien ici les expressions réelles des champs) :
   $$\overrightarrow{\Pi} = \begin{cases} 0 \\ -\dfrac{\pi}{a.\omega}.\dfrac{E_0^2}{\mu_0}.\dfrac{1}{2}.sin\dfrac{2.\pi}{a.\omega}.\dfrac{1}{2}.sin\left[2.\left(\omega t - kz\right)\right] \\ \dfrac{E_0^2}{\omega.\mu_0}.sin\dfrac{\pi.y}{a}.cos^2.\left(\omega t - k.z\right) \end{cases}$$
   Ce qui donne $\left\langle\overrightarrow{\Pi}\right\rangle = \dfrac{k}{2.\omega}.\dfrac{E_0^2}{\mu_0}.sin\dfrac{\pi.y}{a}.\overrightarrow{e_z}$

4. $\mathcal{P} = \iint_S \left\langle\overrightarrow{\Pi}\right\rangle \cdot \overrightarrow{dS} = \int_0^a \int_0^a \dfrac{k}{2.\omega}.\dfrac{E_0^2}{\mu_0}.sin\dfrac{\pi.y}{a}.\overrightarrow{e_z} \cdot \left(dx.dy.\overrightarrow{e_z}\right) = \dfrac{k.a^2}{\pi.\omega}.\dfrac{E_0^2}{\mu_0}$