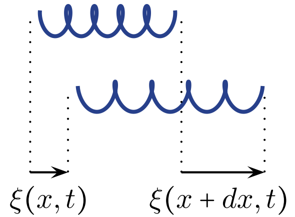
Un ressort à spires non jointives de longueur L et de masse linéïque μ a une raideur K. Le ressort est placé sur un axe horizontal. Le déplacement des spires se fait sans frottement.
On étudie Une longueur élémentaire dx du ressort au repos qui, au passage d'une onde de déformation, voit ses extrémités se déplacer de $\xi(x,t)$ et $\xi(x+dx,t)$.



1. On considère deux ressorts associés en série de raideur k. L'ensemble est considéré comme un ressort unique de raideur K.
   - Déterminer la relation entre k et K.
   - En déduire que l'expression de la raideur k_{dx} d'une longueur dx du ressort est $k_{dx} = K.\dfrac{L}{dx}$.
2. Exprimer l'allongement de cet élément de ressort en fonction de $\dfrac{\partial \xi}{\partial x}$.
3. On étudie l'élément dx de ressort situé entre les abscisses x et $x + dx$. Exprimer les forces de rappel s'exerçant aux extrémités de cet élément en fonction de $\left(\dfrac{\partial \xi}{\partial x}\right)_{(x)}$, $\left(\dfrac{\partial \xi}{\partial x}\right)_{(x)}$, K et L.
4. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $\xi(x,t)$ ainsi que la vitesse de propagation des ondes dans le ressort.
5. On considère le ressort fixé en $x = 0$ et relié à une masse libre de se déplacer en $x = L$. Montrer qu'il existe des solutions d'ondes stationnaires du type $\xi(x,t) = g(x).\sin\omega t$ Déterminer $g(x)$ puis une équation vérifiée par ω.
6. On fixe le ressort en $x = 0$. En $x = L$, le ressort est lié à une masse M. Déterminer la relation entre k et ω pour les modes propres de vibration.

<u>*Données :*</u> $L = 1\ m$; $m = 150\ g$; $K = 3,7\ N.m^{-1}$.