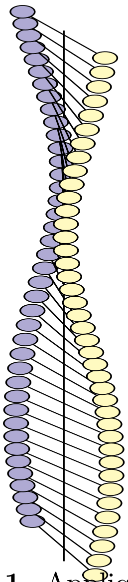

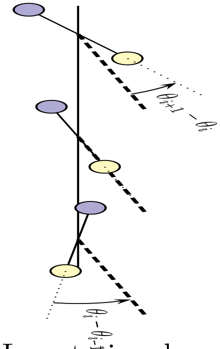

Une échelle de perroquet est constituée de barreaux auxquels on accroche à chaque extrémité deux boules (l'ensemble constituant un module).
On notera J_Δ le moment d'inertie d'un module par rapport à l'axe des câbles.
le barreau i est repéré par sa position angulaire θ_i
Ces barreaux sont reliés entre eux par un câble de longueur h. On étudie le système de longueur totale H

La rotation de ce câble à ses deux extrémités d'un angle α par rapport à sa position d'équilibre crée un couple de forces de rappel de moment, en valeur absolue

$$|\Gamma| = C.|\alpha| \text{ avec } C > 0$$

Ce couple tend à ramener le câble dans sa position initiale.
Chaque barreau peut osciller dans le plan horizontal.

1. Appliquer le Théorème de Moment Cinétique au barreau i et en déduire une relation entre $\ddot{\theta}_i$, θ_{i+1}, θ_i et θ_{i-1}.
Vous exprimerez notamment les couples de rappel exercés par les câbles reliant le barreau i aux barreaux $i-1$ et $i+1$, en vérifiant la cohérence de vos résultats à partir de cas particuliers.

2. En choisissant comme notation $\theta_i = \theta(z)$, que deviennent les expressions θ_{i-1} et θ_{i+1}.

3. On considère $h \ll H$. On peut alors assimiler h à dz.
En effectuant des développements limités à l'ordre approprié, montrer que $\theta(z)$ est solution de l'équation différentielle du type

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}.\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} = 0$$

Exprimer c. On considère désormais ce modèle correspondant à l'approximation des milieux continus.

4. Cette échelle est fixée en $z = O$. En $z = H$, le câble est libre de tourner sans exercer de couple sur le dernier module. On propose alors une solution du type

$$\theta(z,t) = \theta_{0n}.cos(\omega_n.t+\psi).cos(k_n.x+\varphi)$$

Exprimer k_n et relier ω_n à k_n.