

On considère une cavité vide pour $-\frac{a}{2} < y < \frac{a}{2}$, limitée par un métal parfait (dans lequel le champ électromagnétique est nul).

1. Déterminer l'équation de propagation pour le champ \vec{E} à l'intérieur de la cavité.
2. On considère la propagation dans cette cavité d'une onde électromagnétique caractérisée par :

$$\vec{E}(M) = E(y) \cdot \cos(\omega t - k \cdot x) \cdot \vec{e}_z$$

On admet que $E\left(\frac{-a}{2}\right) = E\left(\frac{a}{2}\right) = 0$, ceci étant du à la présence des plans métalliques.

Cette onde est-elle a priori plane ? transversale ?

Donner les directions de propagation et de polarisation de l'onde.

3. En exploitant l'équation de propagation pour cette onde, montrer que $E(y)$ doit être solution d'une équation différentielle

$$\frac{\partial^2 E(y)}{\partial y^2} + A \cdot E(y) = 0. \text{ Exprimer } A \text{ en fonction de } \omega, k \text{ et } c.$$

4. Dédire alors la forme de la solution pour $E(y)$ et montrer que k doit vérifier la relation (de dispersion) :

$$k^2 = \omega^2 \cdot c^2 - \frac{(2 \cdot n + 1)^2 \cdot \pi^2}{4 \cdot a^2} \text{ avec } n \in \mathcal{Z}$$

5. On se place dans le cas où $n = 0$. Exprimer alors le champ magnétique associé à l'onde.