1. On considère donc le système (fusée + gaz) entre les instants t et $t+dt$, étudiée dans le référentiel terrestre supposé galiléen

à l'instant t : $\overrightarrow{p}(t) = \overrightarrow{v}(t).m(t)$

à l'instant $t+dt$: $\overrightarrow{p}(t+dt) = \underbrace{m(t+dt).\overrightarrow{v}(t+dt)}_{\text{fusée}} + \underbrace{\delta m_{gaz}.\overrightarrow{v_{gaz}}}_{\text{gaz échappé}}$

- ✓ $\delta m_{gaz} = D_m.dt = -dm$
- ✓ Par composition des vitesses : $\overrightarrow{v_{gaz}} = \overrightarrow{v} + \overrightarrow{u}$ avec $\overrightarrow{u} = -u.\overrightarrow{e_z}$

On en déduit donc pour cette durée dt :

$\delta\overrightarrow{p} = \left[(m(t)+dm(t)).\left(\overrightarrow{v}(t)+d\overrightarrow{v}(t)\right)\right] - dm.\left(\overrightarrow{v}+\overrightarrow{u}\right) - \overrightarrow{v}(t).m(t)$

On va négliger $dm.dv$ devant les autres termes, ce qui donne alors $\delta\overrightarrow{p} = m.d\overrightarrow{v} - dm.\overrightarrow{u}$

2. On peut appliquer le PFD au système fermé défini, dans le référentiel galiléen :

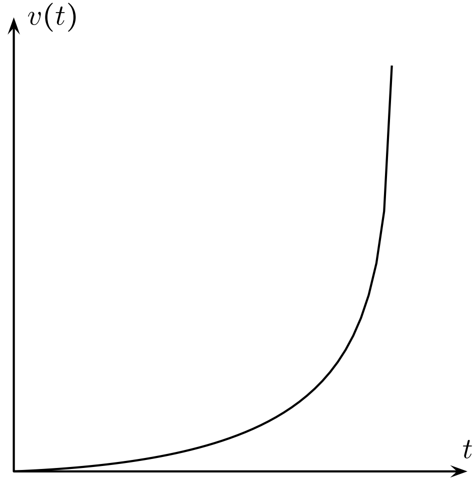
$\dfrac{\delta\overrightarrow{p}}{dt} = m(t).\overrightarrow{g}$, ce qui donne bien, en exprimant $D_m = \dfrac{-dm}{dt}$, le résultat proposé.

3. L'accélération à $t=0$ doit avoir une composante verticale ascendante, ce qui donne donc :

$\left[\overrightarrow{g} - \dfrac{D_m.\overrightarrow{u}}{m_0} + \overrightarrow{g}\right]\cdot\overrightarrow{e_z} > 0$ donc $u > \dfrac{m_0.g}{D_m} = 10^4\ m.s^{-1}$

4. Par intégration, on obtient : $v(t) = -g.t + u.ln\left(\dfrac{m_0 - D_m.t}{m_0}\right)$

5. La vitesse est une fonction croissante, il faut veiller à ce que les valeurs restent compatibles avec l'hypothèse de la mécanique non relativiste...



On a alors l'évolution de la vitesse :