1. Par conservation du débit volumique : $v_e.S_e = v.S = v_s.S_s$

2. On peut appliquer la relation de Bernoulli entre

- ✓ L'entrée et la section juste avant l'hélice : $\dfrac{v_e^2}{2} + \dfrac{p_0}{\rho} = \dfrac{v^2}{2} + \dfrac{p_+}{\mu}$
- ✓ La section juste après l'hélice et la sortie : $\dfrac{v^2}{2} + \dfrac{p_-}{\rho} = \dfrac{v_s^2}{2} + \dfrac{p_0}{\mu}$

3. La vitesse est considérée comme égale avant et après le passage au travers de l'hélice, donc $\overrightarrow{p}(t+dt) - \overrightarrow{p}(t) = \overrightarrow{0} = (+p_+ - p_-).S + \overrightarrow{F}_{helice \to fluide}$, ce qui donne la relation proposée.

4. $\overrightarrow{p}(t+dt) - \overrightarrow{p}(t) = \rho.D_v.\left(\overrightarrow{v_s} - \overrightarrow{v_e}\right) = \oiint_\Sigma p_0.\overrightarrow{dS} + \overrightarrow{F}_{helice \to fluide}$

Avec $D_v = v.S$, ce qui donne $\rho.v.S.(v_s - v_e) = (p_- - p_+).S$

5. Comme $(p_- - p_+).S = S.\dfrac{v_s^2 - v_e^2}{2}.\rho$ en déduit donc immédiatement que $v = \dfrac{v_e + v_s}{2}$

6. $\rho.D_v.\dfrac{1}{2}\left(v_s^2 - v_e^2\right) = p_0.S_e.v_e - p_0.S_s.v_s - \mathcal{P} = -\mathcal{P}$

Avec $D_v = S.v = S.\dfrac{v_e + v_s}{2}$ donc $\mathcal{P} = \rho.S.\dfrac{v_e+v_s}{2}.\dfrac{1}{2}\left(v_e^2 - v_s^2\right) = \rho.\dfrac{v_e^2}{2}.S.v_e.\dfrac{1}{2}(1+x).\left(1-x^2\right)$

Ce qui donne $f(x) = \dfrac{1}{2}(1+x).\left(1-x^2\right)$

7. On a l'énergie cinétique d'une masse $\delta m_0 = v_e.dt.S$ entrant dans ce tube de courant pendant la durée dt : $dE_{c0} = \rho.v_e.dt.S.\dfrac{v_e^2}{2}$, ce qui donne la puissance $\mathcal{P}_0 = \dfrac{dE_{c0}}{dt} = \rho.v_e.S.\dfrac{v_e^2}{2}$

8. On a donc $\mathcal{P} = \rho.\dfrac{v_e^2}{2}.S.v_e = \mathcal{P}_0.f(x)$, soit $f(x) = \dfrac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_0}$ qui correspond au rendement.

Ce rendement est maximum pour $x = \dfrac{1}{3}$, ce qui donne alors $\mathcal{P} = \dfrac{8}{27}.\rho.S.v_e^3 = 2,1\ MW$

9. On a alors $\dfrac{S_s}{S} = \dfrac{v}{v_s} = \dfrac{1}{2}.\left(\dfrac{1}{x} + 1\right) = 2$.

On a donc $L > \sqrt{2}.D = 112\ m$ afin que les éoliennes ne se perturbent pas.