

1. En régime stationnaire, $\delta m_e = \delta m_s$. Or dans le référentiel d'étude, $\vec{v}_e = \vec{v}_1 - \vec{v}$ et $\vec{v}_s = \vec{v}_2 - \vec{v}$, ce qui donne $\mu.L.h_1.(v_1 + v) = \mu.L.h_2.(v_2 + v)$

2. ✓ Pour ce système ouvert, $\vec{p}(t + dt) - \vec{p}(t) = \delta m. [(\vec{v}_2 - \vec{v}) - (\vec{v}_1 - \vec{v})] = \delta m. [\vec{v}_2 - \vec{v}_1]$

✓ On exprime la résultante des forces de pression. Pour une hauteur h d'eau, on a $F = \pm \int_0^h (p_{atm} + \mu.g.z) .L.dz = p_{atm}.L.h + L.\mu.g.\frac{h^2}{2}$

On effectue donc la résultante des forces de pressions en considérant les trois surfaces (de hauteurs h_1 en entrée, h_2 en sortie et $h_2 - h_1$ à l'air libre) :

$$\vec{F}_{ext} = + \left[p_{atm}.L.h_1 + L.\mu.g.\frac{h_1^2}{2} .\vec{e}_x \right] + p_{atm}.L.(h_2 - h_1) .\vec{e}_x - \left[p_{atm}.L.h_2 + L.\mu.g.\frac{h_2^2}{2} .\vec{e}_x \right] = L.\mu.g.\frac{h_1^2 - h_2^2}{2} .\vec{e}_x$$

✓ Le Principe fondamental de la dynamique donne alors

$$\delta m. [\vec{v}_2 - \vec{v}_1] = L.\mu.g.\frac{h_1^2 - h_2^2}{2} .\vec{e}_x$$

$$\mu.L.h_1.(v_1 + v) [v_2 - v_1] = L.\mu.g.\frac{h_1^2 - h_2^2}{2}$$

✓ On obtient en combinant les deux relations :

$$v = \sqrt{\frac{g.(h_1 + h_2).h_2}{2.h_1}} - v_1$$