

1. On distingue trois surfaces où les actions extérieures ont une composante non nulle selon Ox , On les détermine par le principe des actions réciproques :

✓ En entrée : $F_1 = +p_1.S_1$

✓ En sortie : $F_2 = -p_2.S_2$

✓ Au niveau de l'élargissement, le fluide est à la pression p_1 , donc $F_3 = p_1.(S_2 - S_1)$

On obtient donc l'expression proposée.

2. Le système étudié est un système ouvert, on a alors $\frac{D\vec{p}}{dt} = D_m.(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$.

Le théorème de la résultante cinétique, projeté sur Ox donne alors : $D_m.(v_2 - v_1) = p_1.S_1 - p_2.S_2 + p_1.(S_2 - S_1)$

On retrouve donc le résultat proposé.

3. On a $\frac{DE_c}{dt} = \frac{1}{2}.D_m.(v_2^2 - v_1^2) = \mathcal{P}_{pression} + \mathcal{P}_{int}$

Or la puissance des forces de pression a pour expression :

$$\mathcal{P}_{pression} = p_1.S_1.v_1 - p_2.S_2.v_2 = \frac{D_m}{\rho}.(p_1 - p_2)$$

$$\text{On obtient alors : } \mathcal{P}_{int} = D_m. \left[\frac{1}{2}.(v_2^2 - v_1^2) - \frac{1}{\rho}.(p_1 - p_2) \right]$$

4. Cette grandeur est égale à $-\frac{\mu.v_1^2}{2} \left(1 - \frac{S_1}{S_2} \right)^2$.