

$$1. \frac{Dv}{dt} = \underbrace{\frac{\partial v}{\partial t}}_{\text{particulaire}} + \underbrace{\left(\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\right)}_{\text{convective}} \vec{v}$$

$$2. \text{Équation d'Euler : } \begin{cases} j \cdot \omega \cdot v_x(z) \cdot e^{j\omega t - k \cdot x} = j \cdot k \cdot f(z) \cdot e^{j(\omega t - k \cdot x)} & (1) \\ j \cdot \omega \cdot v_z(z) \cdot e^{j\omega t - k \cdot x} = -\frac{df(z)}{dz} \cdot e^{j(\omega t - k \cdot x)} & (2) \end{cases}$$

L'écoulement incompressible implique que $\text{div } \vec{v} = 0$, ce qui donne $-j \cdot k \cdot v_x(z) e^{j(\omega t - k \cdot x)} + \frac{dv_z(z)}{dz} \cdot e^{j(\omega t - k \cdot x)} = 0$ (3)

On dérive la relation (2) par rapport à z , et on réinjecte dans les autres relations, ce qui donne la relation proposée, avec $\boxed{\beta = k}$

3. La forme générale de la solution donne $f(z) = A \cdot e^{k \cdot z} + B \cdot e^{-k \cdot z}$. On doit veiller à ce que la solution ne diverge pas aux fortes profondeurs, ce qui implique que $B = 0$ ($z < 0$ en profondeur...)

4. On se place à l'interface eau-air, donc en $z = \xi$, on a alors $p(x, \xi, t) = p_0$,

$$a = \frac{p_1}{\rho \cdot g}$$

5. Montrer que la composante verticale du champ des vitesses vaut $\underline{v}_z = \frac{-1}{j \cdot \omega \cdot \rho} h(z) \cdot e^{j(\omega t - kx)}$ et exprimer $h(z)$ en fonction de z , p_1 et k .

6. On admet que $\omega = (g \cdot k)^\alpha$. Déterminer la valeur numérique de α .

7. Exprimer la vitesse de phase et la vitesse de groupe des ondes de gravité en fonction de g et du vecteur d'onde k . Quelle est la relation simple qui relie la vitesse de phase à la vitesse de groupe?