On considère que le cylindre est animé d'un mouvement de rotation de vitesse angulaire $\Omega = \omega.\overrightarrow{e_z}$ dans le référentiel $\mathcal{R}$. On admet qu'alors le champ de vitesse $\overrightarrow{v}(M)$ de l'écoulement bidimensionnel et irrotationnel a pour expression, en coordonnées polaires :

$$\overrightarrow{v}(M) = \left(A - \frac{B}{r^2}\right) cos\theta\overrightarrow{e_r} + \left[\frac{K}{r} - \left(A + \frac{B}{r^2}\right) sin\theta\right]\overrightarrow{e_\theta}$$

A, B et K étant des constantes, $K = a^2.\omega$.

1. A partir des conditions aux limites vérifiées par ce champ de vitesses pour $r \to a$ et pour $r \to \infty$, déduire les expressions des constantes A et B en fonction de v_0 et a.
2. Déterminer, selon les valeurs du paramètre $\alpha = \dfrac{K}{a.v_0}$, le nombre et la position des points d'arrêt. En déduire dans chaque cas l'allure des lignes de courant autour du cylindre.
3. Appliquer le théorème de Bernoulli entre un point à l'infini et un point à la surface du cylindre. En déduire l'expression de la pression P en un point de la couche fluide en contact avec la surface du cylindre en fonction de ρ, v_0, α, θ et P_0 étant la pression du fluide loin de l'aile.
4. Déterminer la force $\overrightarrow{F_M}$, dite force de Magnus, exercée par le fluide sur une portion de longueur h du cylindre en fonction de ρ, v_0, K et h.
   On rappelle que $\int_0^{2.\pi} cos^3\theta.d\theta = \int_0^{2.\pi} sin^3\theta.d\theta = 0$
5. Quel sera le sens choisi pour le vecteur rotation $\overrightarrow{\Omega}$ (donc le signe de ω) afin que ce modèle explique la portance d'une aile d'avion ?