Un fluide visqueux incompressible (de masse volumique μ) et de viscosité η est en écoulement laminaire permanent selon la direction OZ dans un tube cylindrique de rayon R, d'axe horizontal OZ et de longueur L. On note $K = p(0) - p(L)$ la perte de charge dans le tube. On a en tout point M de l'écoulement le champ Eulérien des vitesses $\overrightarrow{v} = v(M).\overrightarrow{e_z}$

1. Justifier que l'on considèrera le champ des vitesses indépendant de θ, pour $M(r, \theta, z)$
2. Montrer alors que $\overrightarrow{v}(M) = v(r).\overrightarrow{e_z}$
3. Montrer que l'accélération d'une particule de fluide est nulle en tout point M de l'écoulement.
4. Exprimer le champ des pressions p.
5. Établir la loi $v(r)$ en fonction de K, η, L et R puis en fonction de v_{Max} et R.
6. En déduire la loi de Poiseuille donnant l'expression du débit volumique en fonction des caractéristiques de la conduite et de K.
7. Comment définir la résistance hydrodynamique, quelles sont alors les relations sur les associations de résistances ?

On rappelle que $\Delta\left(U(r, \theta, z).\overrightarrow{e_z}\right) = \left[\frac{1}{r}.\frac{\partial}{\partial r}\left(r.\frac{\partial U}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}.\frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right].\overrightarrow{e_z}$