1. Si $v(r,z)$ est indépendant de θ, c'est que l'on néglige les effets de la pesanteur

2. Le fluide est incompressible, l'écoulement l'est donc également. On en déduit la conservation du débit. La section étant constante, la vitesse est indépendante de z.

3. $\underbrace{\mu.\dfrac{\partial\overrightarrow{v}}{\partial t}}_{=\overrightarrow{0}\text{ stationnaire}} + \mu.(\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{grad})\overrightarrow{v} = \eta.\Delta\overrightarrow{v} - \overrightarrow{grad}p + \mu.\underbrace{\overrightarrow{g}}_{=\overrightarrow{0}\text{ négligé}}$, ce qui donne donc, comme $\dfrac{\partial^2\overrightarrow{v}}{\partial z^2} = \overrightarrow{0}$:

$$\eta.\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r.\dfrac{\partial v}{\partial r}\right)}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial z}$$

C'est une relation du type $f(r) = g(z)\ \forall\ (r,z)$, par conséquent cette égalité est nécessairement constante, de valeur K_1. On trouve donc

$$\frac{dP}{dz} = K_1 \qquad \frac{\eta}{r}\left(\frac{d}{dr}\left(r.\frac{dv}{dr}\right)\right) = K_1 \text{ avec } K_1 = C^{te}$$

4. $\begin{cases} P(z_1) = P_1 \\ P(z_2) = P_2 \end{cases}$ et $v(a) = 0$

5. $dP(z) = K_1.dz$ donc $K_1 = \dfrac{-\Delta P}{L}$.

$d\left(r.\dfrac{dv}{dr}\right) = \dfrac{K_1}{\eta}.r.dr$, ce qui donne par intégration

$r.\dfrac{dv}{dr} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{K_1}{\eta}.r^2 + C^{te}$ avec en $r = 0$, $r.\dfrac{dv}{dr} = 0$ donc

$$\frac{dv}{dr} = \frac{1}{2}.\frac{K_1}{\eta}.r$$

et, en exploitant $v(a) = 0$ et en intégrant la relation précédente :

$$v(r) = \frac{1}{4}.\frac{K_1}{\eta}\left(r^2 - a^2\right)$$

6. Par définition : $D_v = \iint_s \overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{dS} = \iint_0^a \dfrac{1}{4}.\dfrac{K_1}{\eta}\left(r^2 - a^2\right).2.\pi.r.dr$, soit

$$D_v = \frac{\Delta P.\pi.a^4}{8.\eta.L}$$

7. On définit la vitesse moyenne du lubrifiant par $v_{moy} = \dfrac{D_v}{\pi.a^2} = \dfrac{\Delta P.a^2}{8.\eta.L}$,

8. On doit donc mesurer des pressions à l'aide de manomètres.