

On étudie un écoulement (E) irrotationnel et permanent d'un fluide incompressible ($\mu = C^{te}$) autour d'un cylindre d'axe OZ et de rayon R , en rotation uniforme ($\vec{\Omega} = \Omega \cdot \vec{u}_z$).

Très loin du cylindre, le fluide a la vitesse normale à l'axe OZ . On repèrera un point du fluide par ses coordonnées cylindriques (r, θ) . On peut considérer l'écoulement comme la superposition de deux écoulements potentiels

$$\begin{cases} E_1 : \varphi_1 = - \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) \cdot r \cdot v_0 \cdot \cos\theta \\ E_2 : \varphi_2 = -k \cdot \theta \text{ avec } k \text{ une constante positive} \end{cases}$$

1. Déterminer le champ des vitesses du fluide en M . Vérifier que ce champ correspond bien à un écoulement d'un fluide incompressible.
2. Calculer la circulation ζ du champ de vitesse le long d'une courbe fermée.
3. On pose $\alpha = \frac{k}{R \cdot v_0}$ Déterminer le nombre de points où la vitesse s'annule. Représenter les lignes de champ selon les valeurs de α .

Donnée : Pour un scalaire $U(r, \theta, z)$, dans $\mathfrak{B}\{\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z\}$: $\Delta U = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$