

1. ✓ Le barycentre se trouve à une distance $d_G = \frac{h}{2}$ du bas de l'arbre. On prend la référence des hauteurs au bas de l'arbre, la hauteur pour le barycentre est donc $h_G = \frac{h}{2} \cdot \cos\theta$
 ✓ On en déduit que $E_p = m \cdot g \cdot \frac{h}{2} \cdot \cos\theta$
2. ✓ Le système est conservatif, on peut donc exploiter $E_m = C^{te}$ avec $E_c = \frac{1}{2} \cdot J_\Delta \cdot \omega^2$
 ✓ Appliqué entre $\theta_0 = 0$ et θ on obtient : $m \cdot g \cdot \frac{h}{2} + 0 = m \cdot g \cdot \frac{h}{2} \cdot \cos\theta + \frac{1}{2} \cdot J_\Delta \cdot \omega^2$, d'où l'expression $\omega = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot h \cdot (1 - \cos\theta)}{J_\Delta}}$
3. ✓ *Par le TPM*
 Le système étant conservatif $\frac{dE_m}{dt} = 0 = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \cdot J_\Delta \cdot \dot{\theta} + m \cdot g \cdot \frac{h}{2} \cdot \cos\theta \right)$
 On obtient donc l'ED $\left(J_\Delta \cdot \ddot{\theta} - m \cdot g \cdot \frac{h}{2} \cdot \sin\theta \right) \dot{\theta} = 0 \quad \forall t$
 Soit $J_\Delta \cdot \ddot{\theta} - m \cdot g \cdot \frac{h}{2} \cdot \sin\theta = 0$. Attention il ne s'agit donc pas d'un oscillateur harmonique!
 ✓ *Par le TMC*
 ✓ Le moment du poids par rapport à l'axe dépend du bras de levier $\frac{h}{2} \cdot \sin\theta$ et doit être positif car il aura tendance à faire tourner le système dans le sens positif : $\mathcal{M}_{\vec{P}/\Delta} = +m \cdot g \cdot \frac{h}{2} \cdot \sin\theta$
 ✓ Le moment cinétique pour un solide en rotation s'écrit $L_\Delta = J_\Delta \cdot \omega$
 ✓ Le TMC $\frac{d}{dt}(L_\Delta) = \mathcal{M}_{\vec{P}/\Delta}$ donne l'équation différentielle déjà obtenue par le TPM.
4. Par la méthode d'Euler

```

1 import numpy as np
2
3 m,J,g,h=1,1,1,1      # Variables globales
4 theta_max,N=np.pi/2,500
5 theta_0,dtheta_0=np.pi/1000,0 # l'arbre ne tombera que si on le deplace initialement de sa position d'
    equilibre...
6 t_max=10*(2*h/g)**0.5 #10* le temps d'une chute libre sur une hauteur h
7
8
9 t=np.linspace(0,t_max,N) # On cree le tableau des instants
10 p=(t[-1]-t[0])/(N-1)    # On calcule le pas
11 theta=np.zeros(N)        # tableau des valeurs de theta(t)
12 dtheta=np.zeros(N)       # tableau des valeurs de dtheta/dt
13 theta[0],dtheta[0]=theta_0,theta[0]+dtheta_0*p    # On exploite les C.I.
14
15 def ED(s,ds):
16     d2s=m*g*h/J*np.sin(s)    #On traduit l'equation differentielle
17     return ds,d2s             # retourne ds/dt en fonction de s
18
19 for i in range(0,N-1):      # On utilise la relation de recurrence (methode d'Euler)
20     theta[i+1]=p*ED(theta[i],dtheta[i])[0]+theta[i]
21     dtheta[i+1]=p*ED(theta[i],dtheta[i])[1]+dtheta[i]

```