On étudie le mouvement du proton qui pénètre pour la première fois dans le dee 1 avec une vitesse $\overrightarrow{v_1}$

1. La seule force que l'on considère est la force magnétique $\overrightarrow{F} = e.\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}$.

Le TPC s'écrit alors $\dfrac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}_{(\overrightarrow{F})} = \left(e.\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}\right) \cdot \overrightarrow{v}$

Or $\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B} \perp \overrightarrow{v}$ donc $\mathcal{P}_{(\overrightarrow{F})} = 0$, ce qui amène à $E_c = C^{te}$. La vitesse est de norme constante, le mouvement est donc uniforme.

2. Le PFD s'écrit : $\begin{cases} m.\dfrac{dv_x}{dt} \\ m.\dfrac{dv_y}{dt} \\ 0 \end{cases} = \begin{cases} e.v_x \\ e.v_y \\ 0 \end{cases} \wedge \begin{cases} 0 \\ 0 \\ B \end{cases}$, ce qui donne le système d'équations scalaires $\left| \begin{array}{l} \dfrac{dv_x}{dt} - \omega_c.v_y = 0 \\ \dfrac{dv_y}{dt} + \omega_c.v_x = 0 \end{array} \right.$

3. De la seconde équation on exprime $\dfrac{dv_y}{dt} = -\omega_c.v_x$ et en dérivant la première : $\dfrac{d^2v_x}{dt^2} - \omega_c \dfrac{dv_y}{dt} = 0$, ce qui donne $\dfrac{d^2v_x}{dt^2} + \omega_c^2 v_x = 0$.

On montre de la même manière que $\dfrac{d^2v_y}{dt^2} + \omega_c^2 v_y = 0$.

On en déduit les solutions générales : $\left| \begin{array}{l} v_x = A.cos\omega_c t + C.sin\omega_c t \\ v_y = D.cos\omega_c t + E.sin\omega_c t \end{array} \right.$, en tenant compte des C.I. et du fait que la norme de la vitesse est constante :

$$\left| \begin{array}{l} v_x = V_1.cos\omega_c t \\ v_y = V_1.sin\omega_c t \end{array} \right. \longrightarrow \left| \begin{array}{l} x = \dfrac{V_1}{\omega_c}.sin\omega_c t \\ y = \dfrac{-V_1}{\omega_c}.cos\omega_c t \end{array} \right.$$

On obtient donc l'équation $x^2 + y^2 = \left(\dfrac{V_1}{\omega_c}\right)^2$

Or l'équation d'un cercle est du type $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$ donc $\boxed{R_1 = \dfrac{V_1}{\omega_c}}$

On admet la généralisation pour la n^{ieme} traversée d'un dee, $R_n = \dfrac{v_n}{\omega_c}$

4. Montrer que la durée de parcours Δt dans un dee est indépendante de n.

On se place maintenant entre les dees où le proton a une trajectoire rectiligne accélérée.

5. Comme $\overrightarrow{F} = e.\overrightarrow{E}$, le champ électrique doit être dans le sens de déplacement du proton afin que celui-ci soit accéléré.

6. Le champ électrique doit donc être extrémum et avoir changé de sens pendant une demi rotation du proton, donc pendant la durée $\Delta t = \dfrac{\pi}{\omega_c}$. On doit donc avoir $T = \dfrac{2.\pi}{\omega_c}$.