

On étudie le mouvement du proton qui pénètre pour la première fois dans le dee 1 avec une vitesse \vec{v}_1

1. La seule force que l'on considère est la force magnétique $\vec{F} = e \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$.

Le TPC s'écrit alors $\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}_{(\vec{F})} = (e \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v}$

Or $\vec{v} \wedge \vec{B} \perp \vec{v}$ donc $\mathcal{P}_{(\vec{F})} = 0$, ce qui amène à $E_c = C^{te}$. La vitesse est de norme constante, le mouvement est donc uniforme.

2. Le PFD s'écrit :
$$\begin{cases} m \cdot \frac{dv_x}{dt} \\ m \cdot \frac{dv_y}{dt} \\ 0 \end{cases} = \begin{cases} e \cdot v_x \\ e \cdot v_y \\ 0 \end{cases} \wedge \begin{cases} 0 \\ 0 \\ B \end{cases}, \text{ ce qui donne le système d'équations scalaires } \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} - \omega_c \cdot v_y = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} + \omega_c \cdot v_x = 0 \end{cases}$$

3. De la seconde équation on exprime $\frac{dv_y}{dt} = -\omega_c \cdot v_x$ et en dérivant la première : $\frac{d^2v_x}{dt^2} - \omega_c \frac{dv_y}{dt} = 0$, ce qui donne $\frac{d^2v_x}{dt^2} + \omega_c^2 v_x = 0$.

On montre de la même manière que $\frac{d^2v_y}{dt^2} + \omega_c^2 v_y = 0$.

On en déduit les solutions générales :
$$\begin{cases} v_x = A \cdot \cos \omega_c t + C \cdot \sin \omega_c t \\ v_y = D \cdot \cos \omega_c t + E \cdot \sin \omega_c t \end{cases}, \text{ en tenant compte des C.I. et du fait que la norme de}$$

la vitesse est constante :

$$\begin{cases} v_x = V_1 \cdot \cos \omega_c t \\ v_y = V_1 \cdot \sin \omega_c t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{V_1}{\omega_c} \cdot \sin \omega_c t \\ y = \frac{-V_1}{\omega_c} \cdot \cos \omega_c t \end{cases}$$

On obtient donc l'équation $x^2 + y^2 = \left(\frac{V_1}{\omega_c}\right)^2$

Or l'équation d'un cercle est du type $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$ donc $R_1 = \frac{V_1}{\omega_c}$

On admet la généralisation pour la n^{ieme} traversée d'un dee, $R_n = \frac{v_n}{\omega_c}$

4. Montrer que la durée de parcours Δt dans un dee est indépendante de n .

On se place maintenant entre les dees où le proton a une trajectoire rectiligne accélérée.

5. Comme $\vec{F} = e \cdot \vec{E}$, le champ électrique doit être dans le sens de déplacement du proton afin que celui-ci soit accéléré.

6. Le champ électrique doit donc être extrême et avoir changé de sens pendant une demi rotation du proton, donc pendant la durée $\Delta t = \frac{\pi}{\omega_c}$. On doit donc avoir $T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_c}$.