

1. Pour un ressort dans son domaine linéaire, $\vec{F} = \pm k \cdot (l - l_0) \cdot \vec{u}_x$, avec ici .

Avec

✓ $l = l_0 + x_M - x_A$ donc $\vec{F} = \pm k \cdot (x_M - x_A) \cdot \vec{u}_x$

✓ Plaçons nous dans le cas particulier $(x_M - x_A) > 0$. Le ressort est alors étiré. Il exerce sur ses extrémités une force tendant à lui faire retrouver sa longueur à vide. Il doit donc exercer une force vers la gauche sur la masse m .

Donc $\vec{F} = -k \cdot (x_M - x_A) \cdot \vec{u}_x$

2. La représentation complexe de $x(t)$, notée $\underline{x}(t)$, est telles que $x(t) = \mathcal{R}e(\underline{x}(t))$

Ce qui donne ici $\underline{x}_A(t) = X_A \cdot e^{j\omega t}$. On observe alors la réponse de la forme $\underline{x}_M(t) = X_M \cdot e^{j(\omega t - \varphi)}$

3. On applique le PFD à la masse m , projeté sur l'axe Ox , ce qui donne :

$$m \cdot \frac{d^2 x(M)}{dt^2} = -\mu \cdot \left[\frac{dx_M}{dt} - \frac{dx_A}{dt} \right] - k \cdot (x_M - x_A). \text{ Soit en représentation complexe :}$$

$$m \cdot (j\omega)^2 \cdot \underline{x}_M = -\mu \cdot [j\omega \cdot \underline{x}_M - j\omega \cdot \underline{x}_A] - k \cdot (\underline{x}_M - \underline{x}_A)$$

$$\text{En factorisant, on en déduit que } \underline{x}_M = \frac{\mu j\omega \cdot \underline{x}_A + k \cdot \underline{x}_A}{-\omega^2 \cdot m + \mu j\omega + k}$$

$$\text{Comme } X_M = |\underline{x}_M|, \text{ on en déduit que } X_M = \sqrt{\frac{(\mu\omega)^2 + k^2}{(k - m \cdot \omega^2)^2 + (\mu\omega)^2}} \cdot X_A$$