1. ✓ Le référentiel $\mathcal{R}$ est en translation dans $\mathcal{R}_g$, l'accélération d'entrainement sera donc $\overrightarrow{a_e} = \overrightarrow{a}(O_1, \mathcal{R}_g) = +\omega^2.z_0.cos\omega t.\overrightarrow{e_z}$

✓ Dans le référentiel $\mathcal{R}$ on définit les grandeurs cinématiques pour le point M : $\overrightarrow{O_1M} = Z.\overrightarrow{e_z}$ $\quad \overrightarrow{v_r} = \dot{Z}.\overrightarrow{e_z}$ $\quad \overrightarrow{a_r} = \ddot{Z}.\overrightarrow{e_z}$

✓ On applique le PFD dans $\mathcal{R}$ non galiléen :
$m.\overrightarrow{a}(M, \mathcal{R}) = -m.g.e_z + R.\overrightarrow{e_z} - m.\overrightarrow{a_e}$, ce qui donne
$m.\ddot{Z} + mg - R = -m.\omega^2.z_0.cos\omega t$

✓ Si le contact existe à chaque instant, alors $z = 0\ \forall t$, ce qui sera vérifié tant que $R > 0$. Ce qui donne comme condition $\omega < \sqrt{\dfrac{g}{z_0}}$, soit $a_1 = m.g$
Dans le cas contraire, il y aura décollage

2. Tant qu'il y a contact, $0 + mg - R = -m.\omega^2.z_0.cos\omega t$. 0 l'instant t_1 de la rupture du contact, $0 + mg - 0 = -m.\omega^2.z_0.cos\omega t_1$ soit $cos\omega t_1 = -\dfrac{g}{\omega^2.z_0}$

Ce qui donne $z_D = z_0.(1 - cos\omega t_1) = z_0.\left(1 + \dfrac{g}{\omega^2.z_0}\right) = z_0 + \dfrac{g}{\omega^2}$

3. On peut effectuer un bilan énergétique dans le référentiel galiléen $\mathcal{R}_g$:

✓ La vitesse pour $z = z_D$ est égale à la vitesse du sol : $v_D = +z_0.\omega.sin\omega t_1$

✓ Par conservation de l'énergie mécanique, le point atteint l'altitude maximale avec une vitesse nulle donc :
$m.g.z_m = m.g.z_D + \dfrac{1}{2}m.v_D^2 = m.g.\left(z_0 + \dfrac{g}{\omega^2}\right) + \dfrac{1}{2}.m.\omega^2.sin^2\omega t_D = m.g.\left(z_0 + \dfrac{g}{\omega^2}\right) + \dfrac{1}{2}.m.\omega^2.\left(1 - cos^2\omega t_D\right)$ $m.g.z_m = m.g.\left(z_0 + \dfrac{g}{\omega^2}\right) + \dfrac{1}{2}.m.\omega^2.v_0^2.\left(1 - \dfrac{g^2}{\omega^4.z_0^2}\right) = z_0.\left(1 + \dfrac{z_0.\omega^2}{2.g}\right) + \dfrac{g}{2.\omega^2}$