On se place dans le cadre de l'ARQS magnétique. On étudie un solénoïde comportant n spires jointives par unité de longueur, de longueur totale H et de rayon a. On note Oz l'axe du solénoïde.
Il n'existe pas de charges pour la distribution étudiée.
On donne les opérateurs pour les champs en un point $M(r,\theta,z)$, dans la base cylindrique associée :

$$div\,\vec{a}\,(M) = \frac{1}{r}\frac{\partial(r.a_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}.\frac{\partial a_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial a_z}{\partial z} \qquad \overrightarrow{rot}\,\vec{a}\,(M)\begin{cases} \frac{1}{r}\frac{\partial a_z}{\partial\theta} - \frac{\partial a_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial a_r}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial(r.a_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial a_r}{\partial\theta} \end{cases}$$

1. Donner l'expression du champ magnétique en tout point à l'intérieur du solénoïde
2. Justifier que l'on peut écrire le champ électrique sous la forme $\vec{E} = E(r).\vec{u_\theta}$.
3. Donner l'expression de l'équation de Maxwell-Faraday et vérifier qu'elle amène à l'expression suivante du champ électrique : $\vec{E}(M,t) = -\frac{\mu_0.r.n}{2}.\frac{di}{dt}.\vec{u_\theta}$
4. Rappeler la définition du vecteur de Poynting puis l'exprimer en un point M en fonction de μ_0, n, r, i et $\frac{di}{dt}$
5. On considère une surface Σ d'enveloppe un cylindre de rayon $r = a^-$ (on considèrera $r \equiv a$) et de hauteur H, refermé par deux bases. Il s'agit donc de la surface à l'intérieur du solénoïde (dans l'air), limitant le solénoïde.
   Calculer le flux sortant Φ à travers cette surface fermée du vecteur de Poynting.
6. Rappeler l'équation de conservation de l'énergie. Que peut-on dire de la puissance volumique cédée aux porteurs de charges en tout point à l'intérieur du solénoïde ? En déduire une relation entre l'énergie électromagnétique totale E_{em} et Φ.
7. E_{em} correspond à l'énergie emmagasinée par une bobine. Rappeler son expression en fonction de l'intensité $i(t)$ et du coefficient d'auto induction L de la bobine.
8. En déduire l'expression de L en fonction de n, a, μ_0 et H