1. On doit vérifier que la longueur l_{tot} vérifie dans l'ARQS $l_{tot} \ll \lambda$, soit $n.l.2.\pi.a \ll \dfrac{2.\pi.c}{\omega}$

   Ce qui donne $\omega \ll \dfrac{c}{n.l.a}$

2. Voir la résolution par le théorème d'Ampère. On obtient $\overrightarrow{B} = \mu_0.n.i(t).\overrightarrow{e_z}$.

3. On exploite une relation de couplage : $\overrightarrow{rot}\overrightarrow{E} = -\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$. On peut rechercher la forme intégrale :

   $\iint_S \overrightarrow{rot}\overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dS} = -\iint_S \dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} \cdot \overrightarrow{dS}$, soit d'après le théorème de Stokes :

   $\oint_\Gamma \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl} = -\iint_S \dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} \cdot \overrightarrow{dS}$

   Or le plan $((M, \overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_z})$ étant un plan d'anti-symétrie pour la distribution, on aura donc $\overrightarrow{E} = E.e_\theta$ et par invariance $\overrightarrow{E} = E(r).e_\theta$

   On choisit donc un cercle de rayon r, alors

   - ✓ $\oint_\Gamma \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl} = 2.\pi.r.E(r)$
   - ✓ $\overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{dS} = \iint_S \mu_0.n.i(t).dS = B.\pi.r^2$

   On obtient donc $\overrightarrow{E} = \dfrac{-r}{2}\dfrac{\partial B}{\partial t}.\overrightarrow{e_\theta}$

4. On détermine les deux formes d'énergie :

   - ✓ $\mathcal{E}_e = \iiint_V \dfrac{\epsilon_0}{2}.\left(\dfrac{-r}{2}\dfrac{B}{\partial t}\right)^2.d\tau = \int_0^a \dfrac{\epsilon_0}{2}.\left(\dfrac{-r}{2}\dfrac{\partial B}{\partial t}\right)^2.2.\pi.r.l.dr$

     $\mathcal{E}_e = \dfrac{\epsilon_0.a^4.\pi.l}{16}\left(\dfrac{B}{\partial t}\right)^2$, soit $\langle\mathcal{E}_e\rangle = \dfrac{\epsilon_0.a^4.\pi.l}{16}\dfrac{\omega^2.B_{max}^2}{2}$
   - ✓ $\mathcal{E}_m = \iiint_V \dfrac{1}{2.\mu_0}.(B)^2.d\tau = \dfrac{1}{2.\mu_0}.(B)^2.\pi.a^2.l$ soit $\langle\mathcal{E}_m\rangle = \dfrac{1}{4.\mu_0}.B_{max}^2.\pi.a^2.l$
   - ✓ On a donc , comme $\epsilon_0.\mu_0 = \dfrac{1}{c^2}$, $\langle\mathcal{E}_e\rangle = \langle\mathcal{E}_m\rangle.\dfrac{1}{8}\dfrac{\omega^2.a^2}{c^2}$

   Or l'ARQS implique que $\dfrac{\omega^2.a^2}{c^2} \ll \dfrac{1}{n^2.l^2}$ avec $n.l = N$ le nombre total de spires. Comme $N \gg 1$ pour un solénoïde, on en déduit bien que $\langle\mathcal{E}_e\rangle \ll \langle\mathcal{E}_m\rangle$

5. $\overrightarrow{\Pi} = \dfrac{-r}{2.\mu_0}.\dfrac{\partial B}{\partial t}.B.\overrightarrow{e_r}$

6. On a montré que $\mathcal{E}_{tot} \simeq \mathcal{E}_m = \dfrac{1}{2.\mu_0}.(\mu_0.n.i(t))^2.\pi.a^2.l = \dfrac{1}{2}.L.i(t)^2$ donc $L = \pi.a^2.\mu_0.n^2.l$

7. Le bilan énergétique s'écrit $\iiint \dfrac{\partial u_{em}}{\partial t} + \oiint \overrightarrow{\Pi} \cdot \overrightarrow{dS} = -\iiint \mathcal{P}_v.\overrightarrow{dS}$

   Mais dans le cylindre de rayon a^- et de hauteur l, il n'y a pas de puissance cédée à des porteurs de charges car le milieu est le vide. Par conséquent on doit vérifier que

   $\iiint \dfrac{\partial u_{em}}{\partial t} + \oiint \overrightarrow{\Pi} \cdot \overrightarrow{dS} = 0$

   $\dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{1}{2.\mu_0}.(\mu_0.n.i(t))^2.\pi.a^2.l\right) + \left(\dfrac{-a}{2.\mu_0}.\dfrac{\partial B}{\partial t}.B\right).2.\pi.a.l = 0$

   $\dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{1}{2.\mu_0}.B^2.\pi.a^2.l\right) - \dfrac{a}{2.\mu_0}.\dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{B^2}{2}\right).2.\pi.a.l = 0$

   On vérifie donc bien ce bilan énergétique.