

- La fem induite créée par la mobilité du circuit dans une zone de champ magnétique a pour expression, selon la loi de Faraday, $e_{ind} = \frac{-d\Phi}{dt} = -\iint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S}$, Σ s'appuyant sur le circuit, l'orientation de $d\vec{S}$ étant déduite de l'orientation du circuit par la règle du tire bouchon. :

On choisit le sens trigonométrique pour le parcours du circuit, ainsi $d\vec{S} = dS \cdot \vec{e}_z$ $e_{ind} = -\frac{d(B_0 \cdot a \cdot x)}{dt} = -B_0 \cdot a \cdot \dot{x}$

- On applique alors la loi d'Ohm en modélisant l'effet d'induction par un générateur de fem e_{ind} dans le sens choisi d'orientation du circuit : $e_{ind} - R \cdot i = 0$ soit

$$i = -\frac{B_0 \cdot a \cdot \dot{x}}{R}$$

- On effectue un bilan mécanique pour la barre

- La force de Laplace a pour expression $\vec{F}_L = \int_{barre} (i d\vec{l} \wedge \vec{B}) = \left(\int_{barre} i d\vec{l} \right) \wedge \vec{B} = +i \cdot a \cdot \vec{e}_y \wedge B_0 \cdot \vec{e}_z = +i \cdot a \cdot B_0 \cdot \vec{e}_x$

- Les autres forces sont le poids et la réaction des rails, normale aux rails.

- Par projection selon Ox : $m \cdot \vec{a} \cdot \vec{e}_x = \vec{F}_L \cdot \vec{e}_x + \vec{P} \cdot \vec{e}_x + \vec{R} \cdot \vec{e}_x$, soit

$$m \cdot \ddot{x} = +i \cdot a \cdot B_0 + m \cdot g \cdot \sin\alpha = \frac{-B_0^2 \cdot a^2 \cdot \dot{x}}{R} + m \cdot g \cdot \sin\alpha, \text{ donc } \ddot{x} + \frac{B_0^2 \cdot a^2}{R \cdot m} \dot{x} = g \cdot \sin\alpha$$

- La forme générale de la solution est $\dot{x}(t) = A \cdot e^{-t/\tau} + \frac{R \cdot m \cdot g \cdot \sin\alpha}{B_0^2 \cdot a^2}$, or $\dot{x}(t=0) = 0$ donc $\dot{x}(t) = \frac{R \cdot m \cdot g \cdot \sin\alpha}{B_0^2 \cdot a^2} (1 - e^{-t/\tau})$

avec $\tau = \frac{R \cdot m}{B_0^2 \cdot a^2}$.

- En intégrant cette expression, on en déduit $x(t) = \frac{R \cdot m \cdot g \cdot \sin\alpha}{B_0^2 \cdot a^2} [1 + \tau (e^{-t/\tau} - 1)]$