PC Lycée Dupuy de Lôme

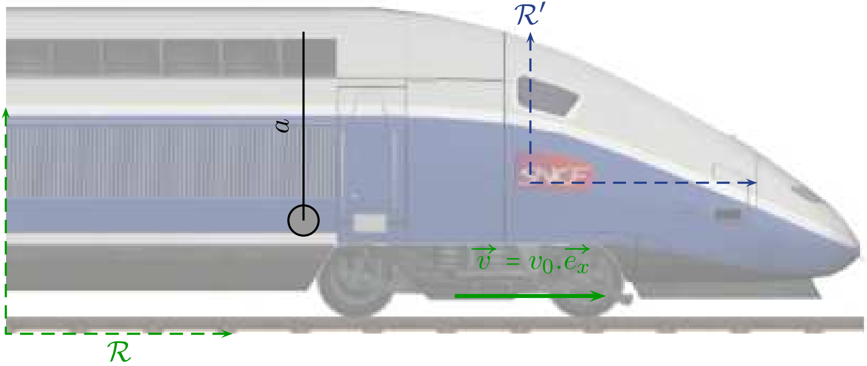
Deux éléments contradictoires au choix d'un référentiel

- La trajectoire doit être décrite la plus simplement possible
- Les lois de Newton sont valables dans les référentiels galiléens

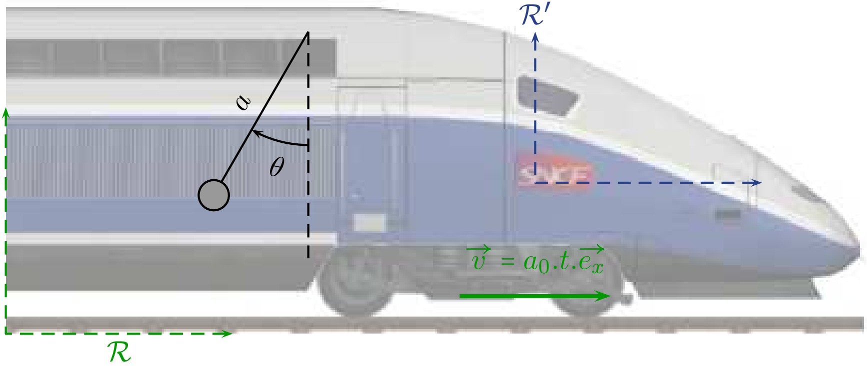
Étude dans un référentiel non galiléen

On va traduire les équations fondamentales de la dynamique pour une application dans un référentiel non galiléen.

Vitesse stabilisée



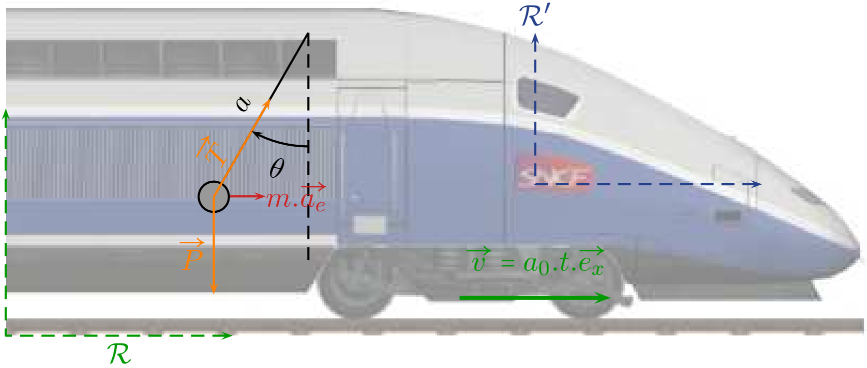
Phase d'accélération uniforme



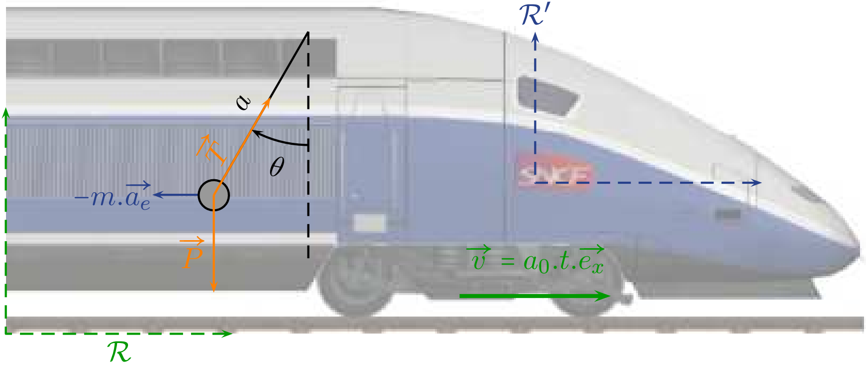
Un observateur lié au train perçoit le pendule à l'équilibre. Il peut mesurer θ, a et connait le champ de pesanteur g. En déduire a_0 par les lois :

- de la quantité de mouvement
- du moment cinétique

Étude dans le référentiel $\mathcal{R}$



Étude dans le référentiel $\mathcal{R}'$



Le caractère non galiléen du référentiel est perçu dans ce référentiel comme l'action d'une force supplémentaire sur le système étudié.

On note $\overrightarrow{R}_{ext}$ la résultante des forces extérieures appliquées au système étudié

$$m.\overrightarrow{a}\,(M,\mathcal{R}) = \overrightarrow{R}_{ext}$$

On note $\overrightarrow{R}_{ext}$ la résultante des forces extérieures appliquées au système étudié

$$m.\overrightarrow{a}\,(M,\mathcal{R}) = \overrightarrow{R}_{ext}$$

$$m.\left[\overrightarrow{a}\left(M,\mathcal{R}'\right) + \overrightarrow{a}_e + \underbrace{\overrightarrow{a}_c}_{=\overrightarrow{0}}\right] = \overrightarrow{R}_{ext}$$

On note $\overrightarrow{R}_{ext}$ la résultante des forces extérieures appliquées au système étudié

$$m.\left[\overrightarrow{a}\left(M,\mathcal{R}'\right)+\overrightarrow{a}_e+\underbrace{\overrightarrow{a}_c}_{=\overrightarrow{0}}\right]=\overrightarrow{R}_{ext}$$

$$m.\overrightarrow{a}\left(M,\mathcal{R}'\right)=\overrightarrow{R}_{ext}\underbrace{-m.\overrightarrow{a}_e}_{+\overrightarrow{f_{ie}}}$$

On note $\overrightarrow{R}_{ext}$ la résultante des forces extérieures appliquées au système étudié

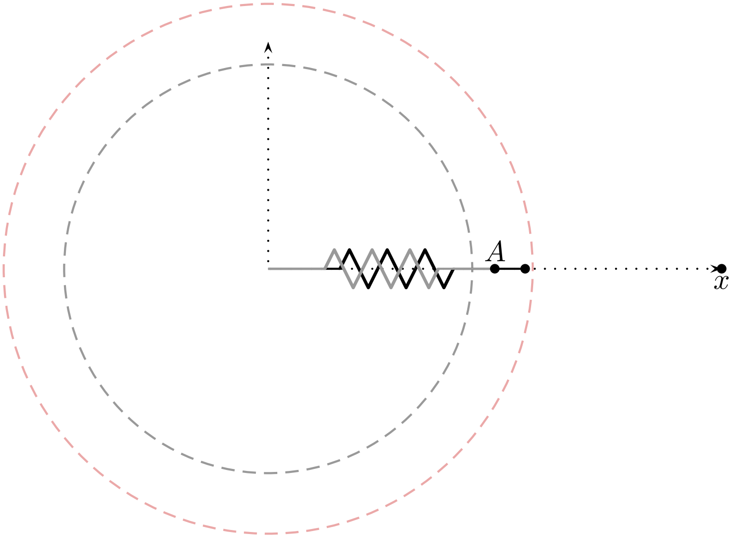
$$m.\left[\overrightarrow{a}\left(M,\mathcal{R}'\right)+\overrightarrow{a}_e+\underbrace{\overrightarrow{a}_c}_{=\overrightarrow{0}}\right]=\overrightarrow{R}_{ext}$$

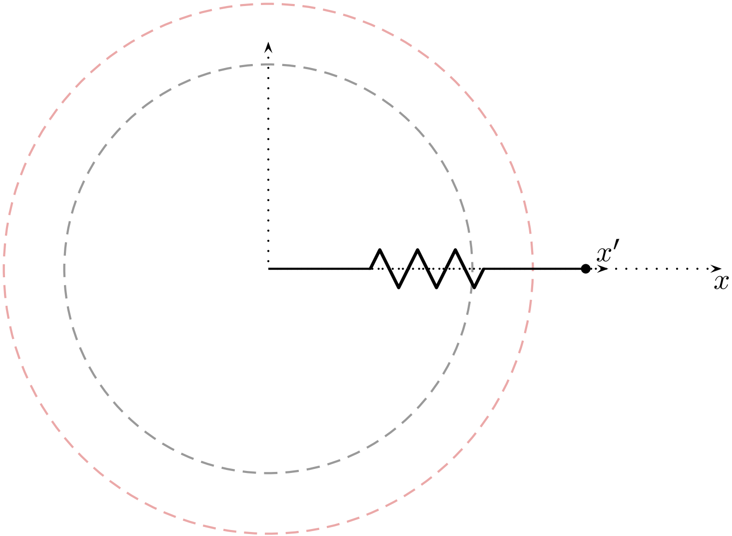
$$m.\overrightarrow{a}\left(M,\mathcal{R}'\right)=\overrightarrow{R}_{ext}\underbrace{-m.\overrightarrow{a}_e}_{+\overrightarrow{f_{ie}}}$$

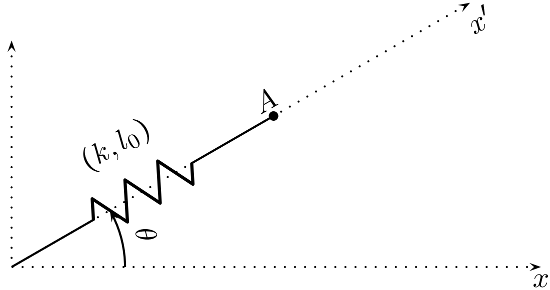
pseudo-forces

Les lois de la quantité de mouvement, du moment cinétique et de l'énergie cinétique appliquées dans un référentiel non galiléen en translation de $\mathcal{R}_{gal}$ font apparaître un terme assimilable à une force

♡ - ✍ **Pseudo-force d'inertie d'entrainement:** $\overrightarrow{f_{ie}}=-m.\overrightarrow{a}_e$


A
x


x'
x



- L'étude se fait dans le plan horizontal
- $\dot{\theta} = \omega = C^{te}$

Forces d'inertie

Dans un référentiel $\mathcal{R}'$ non galiléen tout se passe comme si le système était étudié dans un référentiel galiléen et subissait en plus des actions extérieures les pseudo-forces d'inertie

♡ **d'entraînement:** $\overrightarrow{f_{ie}} = -m.\overrightarrow{a}_e$

♡ $\overrightarrow{f_{ic}} = -m.\overrightarrow{a}_c$

Force axifuge

Il s'agit également de la force centrifuge. Elle correspond à la force d'inertie d'entrainement dans le cas d'un référentiel $\mathcal{R}'$ en rotation dans le référentiel galiléen.

Les lois dans $\mathcal{R}'$:

♡ - ✍ **Loi de la quantité de mouvement:**

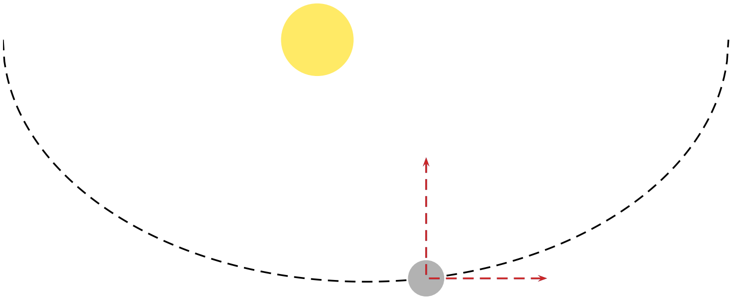
$$m.\overrightarrow{a}(M,\mathcal{R}') = \overrightarrow{R_{ext}} + \overrightarrow{f_{ie}} + \overrightarrow{f_{ic}}$$

♡ - ✍ **Loi du moment cinétique:**

$$m.\left(\frac{d\overrightarrow{L}(O',\mathcal{R}')}{dt}\right) = \mathcal{M}\left(O',\overrightarrow{R_{ext}}\right) + \mathcal{M}\left(O',\overrightarrow{f_{ie}}\right) + \mathcal{M}\left(O',\overrightarrow{f_{ic}}\right)$$

♡ - ✍ **de l'énergie cinétique:**

$$dE_c(M,\mathcal{R}') = \delta W\left(\overrightarrow{R_{ext}},\mathcal{R}'\right) + \delta W\left(\overrightarrow{f_{ie}},\mathcal{R}'\right) + \underbrace{\delta W\left(\overrightarrow{f_{ic}},\mathcal{R}'\right)}_{=0}$$



Référentiel géocentrique

Référentiel Terrestre

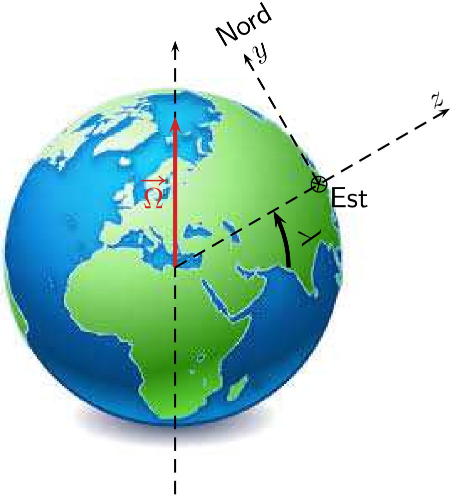
Les échelles de distance et temps ne sont pas respectées dans cette animation

Il faut considérer 3 référentiels :

- Le référentiel de **Copernic** d'origine le centre du soleil avec les axes dirigés vers 3 étoiles fixes et le référentiel Galiléen de référence
- Le référentiel **géocentrique** d'origine le centre de la Terre est en translation par rapport au référentiel de Copernic
- Le référentiel **Terrestre** est en rotation uniforme dans le référentiel de Copernic.

Référentiel Terrestre

Le référentiel Terrestre est en rotation uniforme dans le référentiel géocentrique



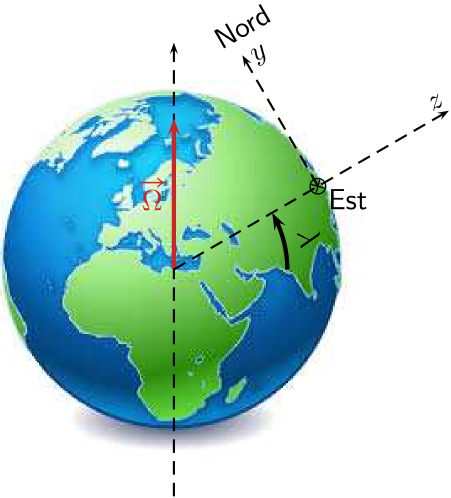
Dans la base $B\left(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z}\right)$:

$\overrightarrow{\Omega}$

Vitesse angulaire de rotation

En 365,25 jours, la Terre effectue 366,35 rotations dans le référentiel géocentrique

$$\omega_T = \frac{366,25}{365,25}\frac{2.\pi}{86400} \simeq \frac{2.\pi}{86400} = 7,27.10^{-5} \quad rad.s^{-1}$$



Dans la base $B\left(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z}\right)$:

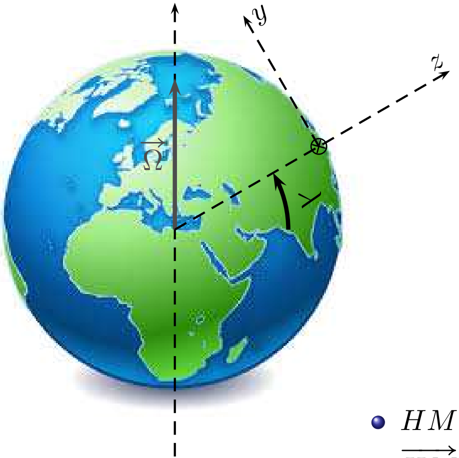
$$\vec{\Omega}\left|\begin{array}{l} 0 \\ \omega_T.cos\lambda \\ \omega_T.sin\lambda \end{array}\right.$$

Vitesse angulaire de rotation

En 365,25 jours, la Terre effectue 366,35 rotations dans le référentiel géocentrique

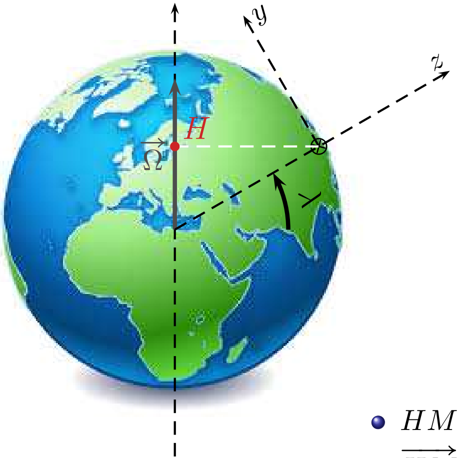
$$\omega_T = \frac{366,25}{365,25}\frac{2.\pi}{86400} \simeq \frac{2.\pi}{86400} = 7,27.10^{-5} \;\; rad.s^{-1}$$

$$\left|\overrightarrow{OM}\right| \ll \left|\overrightarrow{HO}\right| \implies \overrightarrow{HM} \equiv \overrightarrow{HO}$$



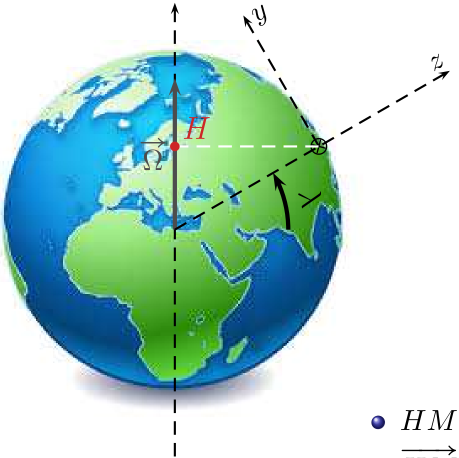
- $HM =$
- $\overrightarrow{HM} = HM.\big(\qquad .\overrightarrow{e_y} \qquad .\overrightarrow{e_z}\big)$

$$\left|\overrightarrow{OM}\right| \ll \left|\overrightarrow{HO}\right| \Longrightarrow \overrightarrow{HM} \equiv \overrightarrow{HO}$$



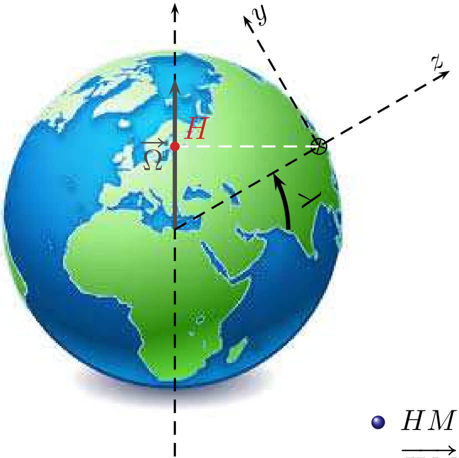
- $HM =$
- $\overrightarrow{HM} = HM.(\qquad .\overrightarrow{e_y} \qquad .\overrightarrow{e_z})$

$$\left|\overrightarrow{OM}\right| \ll \left|\overrightarrow{HO}\right| \Longrightarrow \overrightarrow{HM} \equiv \overrightarrow{HO}$$



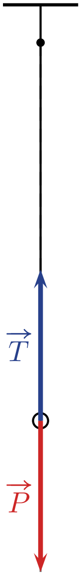
- $HM = R_T.cos\lambda$
- $\overrightarrow{HM} = HM.\left(- sin\lambda.\overrightarrow{e_y} + cos\lambda.\overrightarrow{e_z}\right)$

$$\left|\overrightarrow{OM}\right| \ll \left|\overrightarrow{HO}\right| \implies \overrightarrow{HM} \equiv \overrightarrow{HO}$$



- $HM = R_T.cos\lambda$
- $\overrightarrow{HM} = HM.\left(- \; sin\lambda.\overrightarrow{e_y} \; + \; cos\lambda.\overrightarrow{e_z}\right)$

✍ $$\overrightarrow{f_{ie}} = m.R_T.\omega_T.\left(-sin\lambda.cos\lambda.\overrightarrow{e_y} + cos^2\lambda.\overrightarrow{e_z}\right)$$



Poids d'un corps

On définit le poids $\overrightarrow{P}$ associé à une masse m comme l'opposé de la tension du fil retenant la masse à l'équilibre dans le référentiel terrestre, le référentiel géocentrique étant supposé galiléen.

Champ de pesanteur

On définit un champ de forces $\overrightarrow{g}$ en dynamique terrestre tel que, en tout point M à la surface de la terre,

♡ $$\overrightarrow{P} = m.\overrightarrow{g}$$

Le pendule est étudié dans le référentiel Terrestre non galiléen, le référentiel géocentrique étant supposé galiléen.

- Force d'inertie d'ent. : $\overrightarrow{f_{ie}} = m.\omega_T^2.R_T.cos\lambda\left(-sin\lambda.\overrightarrow{e_y} + cos\lambda.\overrightarrow{e_z}\right)$
- Force de gravitation : $\overrightarrow{F_{grav}} =$
- D'après la définition du poids, $\overrightarrow{P} =$

champ de pesanteur

✍

Le pendule est étudié dans le référentiel Terrestre non galiléen, le référentiel géocentrique étant supposé galiléen.

- Force d'inertie d'ent. : $\overrightarrow{f_{ie}} = m.\omega_T^2.R_T.cos\lambda\left(-sin\lambda.\overrightarrow{e_y} + cos\lambda.\overrightarrow{e_z}\right)$
- Force de gravitation : $\overrightarrow{F_{grav}} = \dfrac{-G.m.M_T}{R_T^2}.\overrightarrow{e_z}$
- D'après la définition du poids, $\overrightarrow{P} = \overrightarrow{F_{grav}} + \overrightarrow{f_{ie}}$

champ de pesanteur

✍

Le pendule est étudié dans le référentiel Terrestre non galiléen, le référentiel géocentrique étant supposé galiléen.

- Force d'inertie d'ent. : $\overrightarrow{f_{ie}} = m.\omega_T^2.R_T.cos\lambda\left(-sin\lambda.\overrightarrow{e_y} + cos\lambda.\overrightarrow{e_z}\right)$
- Force de gravitation : $\overrightarrow{F_{grav}} = \dfrac{-G.m.M_T}{R_T^2}.\overrightarrow{e_z}$
- D'après la définition du poids, $\overrightarrow{P} = \overrightarrow{F_{grav}} + \overrightarrow{f_{ie}}$

champ de pesanteur

$$\overrightarrow{g} = -\omega_T^2.R_T.cos\lambda.sin\lambda.\overrightarrow{e_y} - \left(\frac{G.M_T}{R_T^2} - \omega_T^2.R_T.cos^2\lambda.\overrightarrow{e_z}\right)$$

Le pendule est étudié dans le référentiel Terrestre non galiléen, le référentiel géocentrique étant supposé galiléen.

champ de pesanteur

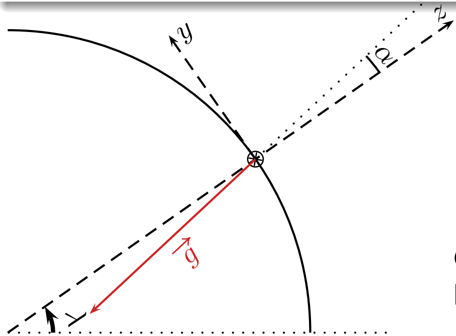
✍ $$\overrightarrow{g} = -\omega_T^2.R_T.cos\lambda.sin\lambda.\overrightarrow{e_y} - \left(\frac{G.M_T}{R_T^2} - \omega_T^2.R_T.cos^2\lambda.\overrightarrow{e_z}\right)$$

Or $\dfrac{G.M_T}{R_T^2} \simeq 9,8\ m.s^{-2}$ et $\omega_T^2.R_T \simeq 3,4.10^{-2}\ m.s^{-2}$ donc

$$\overrightarrow{g} \simeq -\omega_T^2.R_T.cos\lambda.sin\lambda.\overrightarrow{e_y} - \frac{G.M_T}{R_T^2}\overrightarrow{e_z}$$

Verticale

La direction verticale est donnée par la direction du champ de pesanteur.

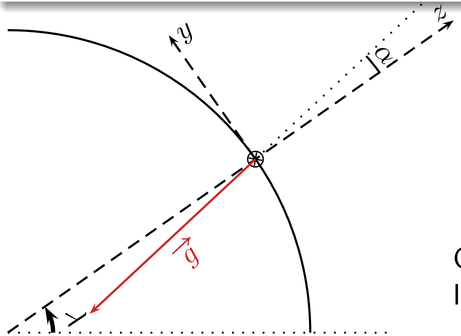


On cherche à exprimer α l'angle entre la direction radiale et la verticale

$$tan\alpha = \left|\frac{\vec{g}\cdot}{\vec{g}\cdot}\right| =$$

Verticale

La direction verticale est donnée par la direction du champ de pesanteur.

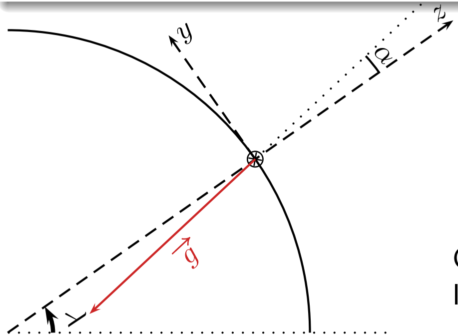


On cherche à exprimer α l'angle entre la direction radiale et la verticale

$$tan\alpha = \left| \frac{\overrightarrow{g} \cdot \overrightarrow{e_y}}{\overrightarrow{g} \cdot \overrightarrow{e_z}} \right| =$$

Verticale

La direction verticale est donnée par la direction du champ de pesanteur.



On cherche à exprimer α l'angle entre la direction radiale et la verticale

$$tan\alpha = \left| \frac{\overrightarrow{g} \cdot \overrightarrow{e_y}}{\overrightarrow{g} \cdot \overrightarrow{e_z}} \right| = \frac{\omega_T^2.R_T^3}{2.G.M}.sin\left(2.\lambda\right)$$

PFD dans le référentiel Terrestre

La force d'entrainement est déjà prise en compte dans le poids

$$\heartsuit \qquad m.\overrightarrow{a}(M, \mathcal{R}_T) = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{R_{ext}} + \overrightarrow{f_{ic}}$$

$\overrightarrow{R_{ext}}$: forces appliquées au système autres que le poids
Sauf cas particuliers, on négligera la force d'inertie de Coriolis dans l'étude des systèmes en dynamique Terrestre.

L'effet de la force de Coriolis permet d'expliquer

- La formation des dépressions
- La déviation vers l'est des corps en chute libre